

ICONEA-2014

Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge?

Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond

(Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both?)

• [Cf. ICONEA-2014, sous presse, l'article ci-après est publié avec l'autorisation de Pr. Richard J. Dumbrill, Directeur-Éditeur d'ICONEA] •

Le Régime de l'Octave :

Principe fondamental de raisonnement arithmétique et musical
chez Πλάτων, chez Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός et chez Manlius Boethius

• Illo Humphrey, Ph. D. | HDR •



Boethii *De institutione arithmetica libri duo*

Bamberg, Staatsbibliothek, Msc. Class. 5, *olim* : H.J.IV.12 | IX^e s. | Saint-Martin de Tours | Abbatat de Vivianus : 844-851, f. 9v^o
(Cliché : Staatsbibliothek Bamberg, D-96049)

• *Quadrivium [sic] : Musica • Arithmetica • Geometria • Astronomia* •

(Représentées par quatre femmes)

[À noter que les deux premières disciplines furent interverties par le peintre et, par conséquent, par le copiste.]

Bibliographie

(Bamberg, Staatsbibliothek, Msc. Class. 5 | *olim* : H.J.IV.12 | IX^e s.) :

• Wilhelm Köhler, *Die karolingischen Miniaturen*, Tome 1 : *Die Schule von Tours. Die Ornamentik*, Berlin, 1930 | 1963,
p. 235-236, 255-256, 401-402, cf. Planches (Tafelband), tome 1(3) : planche 91 Tafelband : 91 •

• Illo Humphrey, *Boethius De institutione arithmetica libri duo. Édition proto-philologique intégrale princeps d'un manuscrit du IX^e siècle* (Paris, Bibliothèque nationale de France, latin 14064), *Texte, gloses, notes tironiennes, signes de renvoi*.

©Institute of Medieval Music, Musicological Studies, Vol. LXXXVI, Ottawa, Canada, 2007, Introduction, p. 2 (note 2), p. 16 •

Le Régime de l'Octave

(principales références)

• Πλάτωνος *Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως*

(Plátonos, *Tímaios ou à propos de la Nature* éd. T.-H. Martin, *Études sur le Timée de Platon*, Paris, 1841 | 1981) •

• Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*

(Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmítikḗ Eisagogḗ*, éd. R. Hoche, Leipzig, 1864) •

• (G.F.) → Gottfried Friedlein, *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo, De institutione musica libri quinque*. Accedit Geometria quæ fertur Boetii, e libris manu scriptis, Lipsiae, 1867, p. 3-173 (*De arithmetica*), p. 177-371 (*De musica*), p. 373-428 (*Geometria*) •

• (C.B.) → Calvin Bower, *Fundamentals of Music*, [Traduction anglaise du Boethii *De musica*], New Haven, 1989 •

• (J.-Y.G.) → Jean-Yves Guillaumin, *Boèce Institution Arithmétique*, Paris, 1995 •

• (C.M.) → Christian Meyer, *Boèce. Traité de la Musique*, [Latin-French], Turnhout: Brepols, 2004 •

• (I.H.) → Illo Humphrey, *Boethius De institutione arithmetica libri duo. Édition proto-philologique intégrale princeps d'un manuscrit du IX^e siècle* (Paris, Bibliothèque nationale de France, latin 14064), *Texte, gloses, notes tironiennes, signes de renvoi*. Institute of Medieval Music, Musicological Studies Vol. LXXXVI, Ottawa, Canada, 2007 •

Le Régime de l'Octave :

Principe fondamental de raisonnement arithmétique et musical
chez Πλάτων et chez Manlius Boethius d'après Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός

Introduction

- L'intitulé de l'ICONEA-2014, *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge?*, ouvre l'esprit à toute une série de questions philosophiques, anciennes et modernes, et avant tout sur l'importance des nombres et proportions en rapport avec la musique, avec le son et avec le processus cognitif. En effet, l'étude et l'assimilation patientes de la philosophie des nombres et proportions (ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | *ars arithmetica*) sont essentielles à la pleine compréhension de la philosophie de la musique (ἡ μουσικὴ τέχνη | *ars musica*), puis à celle de la formation des sons musicaux (ὁ φθόγγος, -ου | ἡ φθογγή, -ῆς | *phibongos* • *vox* • *sonus* • *tonus* • *simplex sonus* • *accentus*)^(a) •
- Ces deux disciplines de la philosophie ancienne sont jumelles et vont tout naturellement ensemble. Ainsi, *ars arithmetica*, la discipline-sœur d'*ars musica*, d'*ars geometrica*, d'*ars astronomica*, constitue le raisonnement par les nombres (« *ratio numerorum* ») qui permet de mesurer et de quantifier les choses tangibles ainsi que les choses intangibles. *Ars musica*, qui est étroitement liée à *ars arithmetica*, permet de mesurer et de structurer la matière intangible, tel le son, mais également, semble-t-il, le processus cognitif, c'est-à-dire : la conscience, la perception par les sens, l'intelligence, etc. •
- La notion philosophique qui attribue aux nombres une valeur fondamentale et créatrice est appelée à bon escient par Πλάτων « ἡ τοῦ ἀριθμοῦ οὐσία », *l'essence du nombre*, et par Manlius Boethius, via l'Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή de Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός « *substantia numeri* » : « *Omnia quaecunque a primava rerum natura constructa sunt • numerorum videntur ratione formata • Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar* »^(b). Ce concept extraordinaire, à tous égards instructif, se trouve au cœur même de la philosophie et de l'épistémologie, et constitue l'un des principaux fils conducteurs de la longue *Tradition du Savoir* scientifique-philosophique entre l'enseignement de Πυθαγόρας ὁ Σάμιος (Pythagóras o Sámios : *ca. 580–†ca. 496 AEC), le traité Πλάτωνος Τίμαιος ἡ περὶ Φύσεως, et le traité Boethii *De institutione arithmetica libri duo* •
- C'est donc pour cette raison que Πλάτων, dans son traité Τίμαιος ἡ περὶ Φύσεως λβ' Β - λζ' Β^(c), et Manlius Boethius, dans ses traités *De institutione arithmetica libri duo* II, 2, et *De institutione musica libri quinque* I, 1 ; II, 8^(d), font appel tout naturellement aux deux outils scientifiques-philosophiques par excellence, c'est-à-dire : ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | ἡ μουσικὴ τέχνη, pour expliquer le concept fondamental et complexe du processus cognitif, c'est-à-dire *la genèse de l'âme-conscience*, appelée par Πλάτων « ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις » (Τίμαιος ἡ περὶ Φύσεως λβ' Β - λζ' Β), par Πλούταρχος ὁ Χαιρωνεύς (Ploutarchos o Chaironeús : *ca. 50 – †ca. 125) « ἡ ψυχογονία » (τὰ Ἠθικά γ' τε' | *tà Ithiká* 415), puis par Manlius Boethius « *animae generatio* », dans son traité *De Institutione arithmetica* II, 2, et « *mundi anima* », dans son traité *De institutione musica* I, 1 •
- Dans cette perspective, on comprend mieux à présent la pertinence de l'intitulé du colloque ICONEA-2014, qui est formulé en deux questions philosophiques subtiles, en l'occurrence : *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond* (*Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both?*). Ces deux questions concernent directement le processus cognitif dans toute sa complexité, et la réponse à celles-ci pourrait être la suivante : ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη et sa discipline jumelle ἡ μουσικὴ τέχνη sont par définition à la fois subjectives et objectives, intangibles et tangibles, étant toutes les deux intimement liées à la *genèse de l'âme-conscience* •
- Examinons à présent l'univers fascinant de la philosophie des nombres et proportions et celui de la philosophie des sons musicaux, par le biais de ce qui est appelé dans cette étude le « *Régime de l'Octave* » •

^(a) ὁ φθόγγος, -ου | ἡ φθογγή, -ῆς : Πλάτωνος Τίμαιος ἡ περὶ Φύσεως π' (Plátonos, *Timaios ou à propos de la Nature* §80), en latin : *phibongos* • *vox* • *sonus* • *tonus* • *simplex sonus* • *accentus* : Boethii *De musica* I, 3 ; I, 8 ; I, 12 ; C. Bower, M. Bernhard, *Glossa maior*, München, 1993, Vol. 1, p. LXXII-LXXV, 166.

Nota bene : On trouve également dans Boethii *De musica* I, 8, l'infinif grec φθέγγεσθαι • qui se traduit en latin par : *vocare* • *appellare* • *loqui* • *cantare*, etc. •

^(b) Πλάτωνος Τίμαιος... λβ' Β - λζ' Β (Plátonos *Timaios*... §35B-§36B) ; Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή, Α', C' : α' - γ', (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikí Eisagogí*, I, 6, ¶1-¶3) ; éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 77 ; cf. Boethii *De institutione arithmetica libri duo* I, 2, **De substantia numeri** : « Toutes choses dans la nature [et dans l'univers], quelles qu'elles soient • furent • à partir du commencement des âges du temps • construites et façonnées • semble-t-il • par le raisonnement des nombres • Ceci • en effet • [c'est-à-dire le raisonnement des nombres] • fut le principal modèle dans l'esprit du Créateur • » •

^(c) Πλάτωνος Τίμαιος ἡ περὶ Φύσεως λβ' Β - λζ' Β (Plátonos *Timaios ou à propos de la Nature* §35B-§36B) •

^(d) *À propos des fondements [de l'enseignement canonique de la Philosophie et la Science] des nombres et proportions en deux livres*, Livre I : Chapitre 2 | Livre II : Chapitre 2) • *À propos des fondements [de l'enseignement canonique de la Philosophie et la Science] de la Musique et des sons musicaux en cinq livres*, Livre I : Chapitre 1 | Livre II : Chapitre 8) •

LE RÉGIME DE L'OCTAVE :
Principe fondamental de raisonnement arithmétique et musical
chez Πλάτων, chez Νικόμαχος ὁ Γερασηνός et chez Manlius Boethius

Prologue

'La genèse de l'âme' (« ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις ») selon Πλάτων

Dans son traité magistral intitulé *Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως λε'Β - ΛΖ'Β* (*Timaios ou à propos de la Nature* §35B – §36B), Πλάτων expose sa théorie linéaire sur la « genèse de l'âme » (« ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις »), c'est-à-dire sur l'origine de la conscience. Pour cela, il fait appel tout naturellement aux deux outils pédagogiques et scientifiques fondamentaux, lesquels constituent les deux premières disciplines de ce que l'on désignera plus tard ἡ ἐγκύκλιος παιδεία, puis αἱ ἐλευθέριοι τέχναι, à savoir : ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | *ars arithmetica* et ἡ μουσικὴ τέχνη | *ars musica* ; *ars arithmetica* étant la philosophie des nombres et des proportions, et *ars musica* la philosophie de la formation des sons musicaux. Cette théorie basée sur les nombres et sur les intervalles musicaux a été expliquée par Πλάτων, non par le biais d'un diagramme, mais par le biais de la prose, en combinant, dans un simple agencement linéaire, le principe de base de la formation des nombres et proportions et celui de la formation des intervalles musicaux de la manière suivante : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 243 \rightarrow 256 \rightarrow \text{etc.}$, ce qui, en termes de théorie musicale, se traduit par la combinaison entre le Régime de l'Octave (caractérisé par le rapport $1 \rightarrow 2^n \rightarrow \infty$) et le Régime de la Quinte (caractérisé par le rapport $1 \rightarrow 3^n \rightarrow \infty$), dont les rapports fondamentaux sont comme suit $\rightarrow \epsilonῖς$ (*un*) • δύο (*deux*) • et la somme des deux $\rightarrow \tauρεῖς$ (*trois*), et dont les proportions absolues par rapport à l'Unité sont : $1 \rightarrow 2$, puis $1 \rightarrow 1,5$. Il s'agit, bien sûr, des 3 essences selon Πλάτων (*τρεῖς οὐσίαι*), en l'occurrence : 1 (*τὸ αὐτό, -ου*, ou la crase *ταὐτον, -ου*), 2 (*τὸ ἕτερον, -ου*, ou la crase *θάτερον, -ου*), 3 (*ἡ μιγῆς οὐσία, -ας*) qui est la somme des deux précédentes. La théorie des 3 essences fut exposée par Πλάτων, avec simplicité et clarté, dans le *Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως* § 36 (cf. Paris, BnF, Fonds grec, 1807, IX^e s., f. 120v^o, édition-facsimilé en deux volumes, Henri Omont, Paris (Leroux), 1908, éd. Thomas-Henri Martin, 1841, réimpression, Paris (Vrin), 1981, t. 1, p. 96-98).

Le but donc de cette étude, dans le cadre du Colloque ICONEA-2014 : *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond*, est de mettre en relief les recherches de Πλάτων sur la philosophie des nombres et proportions et sur la philosophie des sons musicaux en rapport avec le processus cognitif, recherches qui ont été reprises et explicitées, *via* Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, par Manlius Boethius dans ses traités jumeaux *De institutione arithmetica libri duo* I, 2 ; II, 2 et *De institutione musica libri quinque* I, 1 ; II, 8.

Cette étude examinera en détail le Régime de l'Octave ($1 \rightarrow 2$), ainsi que les Régimes de la quinte ($2 \rightarrow 3$), de la quarte ($3 \rightarrow 4$), de la tierce majeure dite « pure » ($4 \rightarrow 5$), de la tierce dite « pythagoricienne » ($64 \rightarrow 81$), de la seconde majeure ($8 \rightarrow 9$), et du demi-ton mineur ($243 \rightarrow 256$), du demi-ton majeur ($2048 \rightarrow 2187$), tous étant engendrés par la logique du Régime de l'Octave.

Les trois objectifs pédagogiques de la présente étude sont les suivants :

- (a) Porter un nouveau regard sur la théorie numérique, musicale et sonore de Πλάτων sur la genèse de l'âme-conscience, ce qui constitue, semble-t-il, le véritable point de départ du processus cognitif •
- (b) Actualiser la théorie de Πλάτων de sorte qu'un esprit moderne puisse mieux la comprendre •
- (c) Signaler que les recherches de Πλάτων, reprises par Νικόμαχος ὁ Γερασηνός et Manlius Boethius, sur la formation des nombres et proportions et sur la formation des intervalles musicaux sont identiques au concept du Régime de l'Octave, concept qui est désigné chez Manlius Boethius par les plusieurs termes différents, en l'occurrence : « *arithmetica medietas* », « *continua medietats* » (*De arithmetica* II, 43), « *medietas geometrica* » (*De arithmetica* II, 44), ou bien « *continua proportio superparticularis* » (*De musica* II, 8), termes qui signifient l'agencement ordinal des nombres, en l'occurrence : $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 \cdot 27 \cdot \text{etc.}$, jusqu'à l'infini •

Enfin, l'étude qui suit est divisée en 13 parties distinctes, numérotées de 0. à 12.

0. L'Octave

- *valeur proportionnelle* ($v p$) $1 \rightarrow 2$ | *valeur proportionnelle absolue* ($v p a$) = $1 \rightarrow 2$ •
- « ἡ ἄρμονία » | « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] » | « *diplasia proportio* » | « *duplum* » •

L'octave musicale, appelée selon les époques, selon les traités et selon les gloses : « ἡ ἄρμονία », « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] », « τὸ διὰ πασῶν », « *diplasius* », « *diplasia proportio* », « *duplum* », est basée sur le rapport binaire de 1 à 2. Ce simple rapport entre τὸ ἕν, ἔνος : l'unité absolue $\rightarrow 1$ et ἡ δυάς, -άδος : la dualité parfaite $\rightarrow 2$ renferme en effet le germe complexe de tout raisonnement arithmétique, résumé par les trois concepts pythagoriciens : ἡ μονάς, -άδος : *unitas* • ἡ μεσότης, -ης : *medietas* • ἡ ἀναλογία, -ας : *proportio*, puis par le concept-clé des 3 essences selon Πλάτων (τρῆς οὐσίαι) mentionnées plus haut : **1** (τὸ αὐτό, -ου, ou la crase ταῦτον, -ου, en latin : *I[s]dem* c'est-à-dire *le Même*), **2** (τὸ ἕτερον, -ου, ou la crase θάτερον, -ου, en latin : *Alter*, c'est-à-dire *l'Autre*), **3** (ἡ μιγής οὐσία, -ας, en latin : *substantia admixta*, *substantia mixta*, c'est-à-dire *l'essence mixte*). La 3^e essence est la somme des deux premières, et les proportions arithmétiques et musicales entre les 3 essences respectives sont les suivantes : $1 \rightarrow 2$ (octave), $2 \rightarrow 3$ (quinte), $1 \rightarrow 3$ (quinte redoublée).

Ainsi, le concept d'« octave », appelé par Πυθαγόρας ὁ Σάμιος et ses disciples « ἡ ἄρμονία »¹, puis par Πλάτων « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] »², constitue, de par sa cohérence scientifique et philosophique, à la fois la proportion arithmétique et la consonance musicale fondamentales sur lesquelles repose le *quadruvium* [sic] : c'est-à-dire les *quattuor matheseos disciplinae* (l'*ars arithmetica*, l'*ars musica* et l'*ars geometrica*, l'*ars astronomica*)³. Ceci étant, il s'ensuit que le *Régime de l'Octave* est le principe de base qui régit la formation de tout rapport quantitatif, et, à plus forte raison, la formation des nombres et proportions dans le cadre de l'*ars arithmetica*, puis la formation des intervalles et consonances dans le cadre de l'*ars musica*.

¹ ἡ ἄρμονία : H. Diels, W. Kranz, t. I, Berlin, 1961, cf. Philolaos, 44, B 6, § 2 ; A. Kárpáti, « The musical Fragments of Philolaos and the Pythagorean Tradition », dans *Acta antiqua Academiae Scientiarum Hungaricae* n° 34, 1993, p. 55–67 ; cf. aussi Nikómachos ὁ Gerasinós, *Egcheirídion*..., 9, C. von Jan, Leipzig, 1895, p. 252 : 4-16 ; *RISM [grec]*, T. J. Mathiesen : n° 89, p. 231-232, (Paris, BnF, Fonds grec 2460, XVI^e s., f. 82r^o-93v^o), n° 270, p. 710-711 (Venise, Biblioteca Marciana, gr. app. cl. VI n° 3, XIII^e-XIV^e s., « *alia manus... in marginibus* » : f. 17-34v^o : *Nicomachi Harmonice*, Libri I et II).

² ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] : Πλάτωνος, ἡ Πολιτεία ἢ περὶ Δικαίου, υλβ'α (Pláton, *Politeía*, 432a) ; éd. C. F. Hermann, *Platonis Dialogi secundum Thrasylli tetralogias dispositi*, vol., IV, Leipzig, 1887, cf. 'I *Politeía* (la République) [*i perì díkaiou politikós*], ta tou dialogou prosopa : Sokratis, Glaukon, Polemarchos, Thrasymachos, Ademantos, Kephalos, en dix livres numérotés de α' - ι' [i.e. de 1 à 10], p. 1-318, cf. §533 : « ego, i dialektiki methodos... » ; cf. Paris, BnF, Fonds grec 1807 (copié à Constantinople au IX^e s., ca. 860), Πλάτωνος ἡ Πολιτεία ἢ περὶ Δικαίου Λ' [Pláton, République ou à propos de la Justice en 30 Livres], cahiers 2–15, f. 3r^o-114r^o col. 1 : 7.

³ *Quadruvium* : Boethii *De institutione arithmetica libri duo*, Prologue, cf. éd. G. Friedlein (G.F.), Leipzig, 1867, p. 5 : 6 ; éd. J.-Y. Guillaumin (J.-Y.G.), Paris, 1995, p. 3 : 9 ; éd. I. Humphrey (I.H.), Ottawa, 2007, f. 2 : 2, « *Cum igitur quattuor matheseos disciplinarum de arithmetica quæ est prima perscriberem* » ; Boethii *De institutione arithmetica* Livre I, 1 « *Constat igitur quisquis haec praetermiserit • omnem philosophiae perdidisse doctrinam ; Hoc igitur illud quadruvium est • quo his uiandum sit • quibus excellentior animus a nobis. cum procreatis sensibus ad intelligentiæ certiora perducit.* » ; cf. éd. G.F., p. 9 : 26 ; J.-Y.G., p. 8 : 14, 15 ; I.H., f. 3 : ligne 26, f. 3v^o : ligne 1.

1. Le Tableau du Régime de l'Octave :

Ce tableau a pour objet de rendre plus facile l'étude et la compréhension des divers calculs intervenant dans la pédagogie de l'*ars arithmetica* et l'*ars musica*, tels qu'on les rencontre en prose dans le Πλάτωνος Τίμαιος, puis en *descriptions* dans les deux traités scientifiques-philosophiques de Manlius Boethius⁴. Cette présentation linéaire est très commode en ce qu'elle permet de repérer d'un coup d'œil l'intervalle que représente un chiffre par rapport à un autre, et, par conséquent, par rapport à 1. Sur le plan horizontal, le tableau se lit de 1 jusqu'à l'infini, ce qui correspond parfaitement à ce que Manlius Boethius appelle « *medietas arithmetica* », puis, sur le plan vertical, de 1 à 2² à 2ⁿ jusqu'à l'infini, ce qui correspond parfaitement à la première partie de ce que Manlius Boethius appelle « *medietas geometrica* » [*in dupla proportione*]⁵. En lisant de gauche à droite, on observe, à partir de la fondamentale DO⁶, que plus la valeur numérique est élevée, plus la *fréquence* est aiguë ; de même, en lisant de bas en haut, plus la valeur est grande, plus la *fréquence* est aiguë. On observe également, sur le plan horizontal, que plus les nombres augmentent, plus les intervalles musicaux entre les valeurs numériques successives deviennent petits. Notons aussi que ce tableau indique, dans le sens horizontal de gauche à droite, toutes les harmoniques musicales naturelles successives en *proportio continua superparticularis* de 1 à 27 (et implicitement jusqu'à l'infini), puis, dans le sens vertical de bas en haut, il indique les octaves de 1 à 2¹⁴ [16384] (et implicitement jusqu'à l'infini). Par ailleurs, pour trouver la proportion entre deux valeurs numériques données par rapport à l'unité (i.e. 1), il suffit de diviser la plus grande par la plus petite (e.g. 12288 ÷ 2¹³ [c'est-à-dire 8192], soit 3 ÷ 2 = 1 → 1,5 = ἡ δια πέντε, *quinte parfaite*). Ensuite, pour réduire un nombre donné à sa plus petite valeur au-dessus de 1, il suffit de le diviser par le multiple de 2ⁿ le plus immédiatement inférieur à lui (e.g. 6144 ÷ 2¹² [c'est-à-dire 4096], soit 3 ÷ 2 = 1 → 1,5 = ἡ δια πέντε, *quinte parfaite* • ou 10240 ÷ 2¹³ [c'est-à-dire 8192], soit 5 ÷ 4 = 1 → 1,25 = ἐπιτέταρτος, *tierce majeure naturelle* dite « pure » • ou bien 13824 ÷ 2¹³ [c'est-à-dire 8192] = 1 → 1,6875 = une sixte majeure, et ainsi de suite). On observe également, selon la même logique au sens inverse, que : 1,5 x 2¹³ = 12288 • 1,333 x 6144 = ca. 2¹³ • 1,25 x 2¹³ = 10240 • et que 1,6875 x 2¹³ = 13824). Ce mode de raisonnement arithmétique correspond à ce que Manlius Boethius appelle *substantia numeri* (*De arithmetica* I, 2), et constitue la base de l'unité conceptuelle entre ἡ ἐπιστήμη (science) et ἡ φιλοσοφία (philosophie).

Enfin, la définition du Régime de l'Octave, englobant toutes les diverses fonctions du tableau ci-contre, ainsi que toutes les fonctions exposées dans la théorie de Πλάτων sur la *genèse de l'âme* (« ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις » : 1 → 2 → 3 → 4 → 9 → 8 → 27 → 243 → 256, cf. Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως Μ' • § 36A et B : Paris, BnF, Fonds grec 1807, f. 120v°, col. 1 : 20 – 32), est exprimée en termes d'algèbre par l'algorithme ci-après :

Soit *f* la fonction prenant en paramètres :

v allant de + 0 → ∞ (*v* ∈ N) • *n* allant de + 0 → ∞ (*n* ∈ N) • *f*(*v*, *n*) = *v* / (2ⁿ) = 1 → *v p a* • *f*(27 648, 14) = 27 648 / 2¹⁴ = 1 → 1,6875 • [*v* = valeur quelconque • *v p* = valeur proportionnelle • *v p a* = valeur proportionnelle absolue • *i. inf.* = immédiatement inférieur] •

⁴ Les *descriptions* pédagogiques font partie intégrante des traités qui transmettent la *tradition de savoir* scientifique et philosophique, et *a fortiori causa* ceux de Boèce. Au premier abord, celles-ci peuvent parfois dérouter le lecteur soit par leur apparente simplicité, soit par leur apparente complexité. Ces *descriptions* traitent systématiquement soit la philosophie des nombres et leurs diverses *categoriae*, (i.e. *quantitas* • *medietas* • *proportionalitas* • *aequalitas* • *inaequalitas* • etc.), soit, pour ce qui concerne l'*ars musica*, la formation des intervalles, celle des consonances, ou encore celle des τροποι, i.e. des modes, échelles, espèces d'octave, etc.

⁵ Boethii *De institutione arithmetica libri duo*, II, 43 : « De arithmetica medietate eiusque proprietatibus », éd. G.F., p. 140 : 18 ; J.-Y.G., p. 144 : 1 ; I.H., f. 64v° : 19 - 67r° : 18 ; cf. Boethii *De institutione arithmetica*, II, 44 : « De geometrica medietate eiusque proprietatibus », cf. éd. G.F., p. 5 : 6 ; J.-Y.G., p. 148 : 13 ; I.H., f. 66v° - 69v°. DO⁰, ici, est une hauteur du son musicale arbitraire, et, bien entendu, peut être remplacé par n'importe quelle hauteur musicale.

⁶ Ce tableau met en évidence la parfaite adéquation entre les harmoniques musicales naturelles et les puissances de 2ⁿ à ∞ en base 10, c'est-à-dire les neuf premiers chiffres, précédés de zéro, régis par le *principe de position*, en l'occurrence : 0 • 1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 6 • 7 • 8 • 9.

2. Le Régime de la Quinte⁷ :

« *continua proportio superparticularis sesquialtera* » | « ἡμιόλια » | « ἐπιδεύτερα » | $\nu p 2 \rightarrow 3$:

ἡ δι' ὀξεῖα | ἡ διὰ πέντε [χορδῶν συμφωνία] | **soit** $3 \div 2 = \nu p a 1 \rightarrow 1,5$

• Boethii *De institutione arithmetica* II, 2 | Boethii *De institutione musica* II, 8 •

(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11) → ∞	
(0)	1	2	4	8	16	32	[64	128	256	512	1024	2048]
(1)		3	6	12	24	48	[96	192	384	768	1536	3072]
(2)			9	18	36	72	[144	288	576	1152	2304	4608]
(3)				27	54	108	[216	432	864	1728	3456	6912]
(4)					81	162	[324	648	1296	2592	5184	10368]
(5)						243	[486	972	1944	3888	7776	15552]
(6)							[729	1458	2916	5832	11664	23328]
	↓											
	∞											

Voici le tableau du *Régime de la Quinte*, c'est-à-dire le tableau des proportions dites *sesqu[i]alteræ*, qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des quintes successives dans une proportion continue *simplex sesqu[i]altera superparticularis* (gr. ἡ σύνεχης ἐπιμόριος ἐπιδεύτερα ἀναλογία : 2 → 3), et ensuite, donne systématiquement, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), des octaves successives dans un rapport dit *diplasia proportio* (1 → 2), enfin, dans le sens diagonal (ἡ ὑποτείνουσα • τὸ μῆκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), il donne systématiquement des quintes redoublées successives dans un rapport *multiplex*, dit *triplasia proportio* (1 → 3)⁸. À l'instar du tableau du *Régime de l'Octave*, celui-ci se lit de 1 jusqu'à l'infini dans les sens vertical et horizontal, et en sens diagonal : 1 → 3 → 9 → 27 → 81 → 243 → 729 → ∞⁹. Ce tableau montre, enfin, les deux aspects de ce que Manlius Boethius qualifie à juste titre de *medietas geometrica*, savoir : *in dupla proportione* 1 • 2¹ • 2² • 2³ • etc. → ∞ et *in tripla proportione* 1 • 3¹ • 3² • 3³ • etc. → ∞ ; Boethii *De institutione arithmetica* II, 44 ; Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 67 : 19), puis met en évidence la précision des calculs de Πλάτων sur la division de l'âme : i.e. le mélange des valeurs 1 • 2ⁿ et 1 • 3ⁿ jusqu'à l'infini¹⁰.

⁷ Boethii *De institutione arithmetica*, II, 2 : « De inueniendo in unoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit præcedere eorumque descriptio descriptionisque expositio », éd. G.F., p. 81 : 22-27 ; J.-Y.G., p. 82 ; I.H., f. 39^v : 3-9 ; cf. Boethii *De musica*, II, 8 : « Regulae quotlibet continuas proportionones superparticulares inueniendi », G.F., p. 234-237 ; C.B., p. 59 ; Christian Meyer (C.M.), *Boèce. Traité de la Musique*, Turnhout: Brepols, 2004, p. 112-113 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασινός, Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή, Β' : γ', β' - Β' : δ', γ' (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikḗ Eisagogí*), II, ch. 3, § 2 à II, ch. 4 § 3 ; éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 77 ; cf. *RISM [grec]*, éd. Mathiesen : n° 21, p. 57 = München, Bayerischer Staatsbibliothek, C.g.m. 301 (XVI^e s. f. 1-32^v) ; cf. aussi ms. G = *Codex Gottingensis*, X^e s. ; cf. E. G. McClain, *The Pythagorean Plato*, York Beach, Maine (USA), 1984, p. 63.

⁸ **Nota bene** : (1 → 3 → 9 → 27 → 81 → 243 → 729 → ∞) est identique à (1 → 3¹ → 3² → 3³ → 3⁴ → 3⁵ → 3⁶ → ∞).

⁹ Boethii *De institutione arithmetica*, II, 44 : « De geometrica medietate eiusque proprietatibus » ; éd. I. H., f. 67.

¹⁰ Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως Λε', ΛC', éd. Martin, *Études sur le Timée de Platon*, Paris, 1841 | 1981, p. 96, 97.

3. Le Régime de la Quarte¹¹ :

« *continua proportio superparticularis sesquitertia* » | « ἐπιτρίτη » | $\nu p 3 \rightarrow 4$:

ή συλλαβά | ή δια τεσσάρων [χορδῶν συμφωνία] | soit $4 \div 3 = \nu p a 1 \rightarrow 1,3333333333$

• Boethii *De arithmetica* II, 2 | Boethii *De institutione musica* II, 8 •

(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	$\rightarrow \infty$
(0)	1	3	9	27	81	243	[729	2187	6561	19683]
[1]	\rightarrow	[2]								
(2)		4	12	36	108	324	[972	2916	8748	26244]
[3]	\rightarrow		[8]							
(4)			16	48	144	432	[1296	3888	11664	34992]
[5]	\rightarrow			[32]						
(6)				64	192	576	[1728	5184	15552	46656]
[7]	\rightarrow				[128]					
(8)					256	768	[2304	6912	20736	62208]
[9]	\rightarrow					[512]				
(10)						1024	[3072	9216	27648	82944]
	\downarrow									
	∞									

Voici le tableau du *Régime de la Quarte*, c'est-à-dire le tableau des proportions dites *epitritæ*, qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des quarts parfaites successives dans une proportion continue *simplex sesquitertia* (gr. ή σύννεχης ἐπιμόριος ἐπιτρίτη ἀναλογία : $3 \rightarrow 4$), ensuite, il donne systématiquement, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), des quintes redoublées successives dans une proportion dite *triplasia proportio* ($1 \rightarrow 3$), enfin, dans le sens diagonal (ή ὑποτείνουσα • τὸ μῆκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), il donne systématiquement des doubles octaves successives dans un rapport quadruple dit *tetraplasia proportio* ($1 \rightarrow 4$). À l'instar du tableau du *Régime de la Quinte*, celui-ci se lit de 1 à l'infini aussi bien dans les sens vertical et horizontal, que dans le sens diagonal : $1 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 64 \rightarrow 256 \rightarrow 1024 \rightarrow \infty$ ¹². Enfin, ce tableau montre également une variante de la *medietas geometrica* (*in dupla proportione multiplex* $1 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 64 \rightarrow \infty$ et *in tripla proportione multiplex* $1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 27 \rightarrow \infty$; Boethii *De institutione arithmetica* II, 44 ; Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 67 : 19), puis met en évidence une fois de plus la justesse du raisonnement arithmétique de Πλάτων dans l'élaboration de sa théorie sur la division de l'âme : i.e. le mélange de $1 \cdot 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \text{etc.}$ et $1 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^{10}$ jusqu'à l'infini¹³.

¹¹ Boethii *De arithmetica*, II, 2 : « De inueniendo in unoquoque numero... », G.F., 82 : 22-27 ; J.-Y.G., p. 83 ; I.H., f. 40 : 4-10 ; cf. Boethii *De musica*, II, 8 : « Regulae quotlibet continuas proportiones superparticulares inueniendi », G.F., p. 234-237 ; C.B., p. 60 ; C.M., p. 112-113 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασινός, Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikí Eisagogí*), II, ch. 4, § 1, éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 78 ; cf. *RISM [grec]*, éd. T. J. Mathiesen : n° 21, p. 57 = München, Bayerischer Staatsbibliothek, C.g.m. 301 (XVI^e s. f. 1-32v°) ; cf. Hoche, ms. *G* = *Codex Gottingensis*, X^e s.

¹² *Nota bene* : $(1 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 64 \rightarrow 256 \rightarrow 1024 \rightarrow \infty)$ est identique à $(1 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^4 \rightarrow 2^6 \rightarrow 2^8 \rightarrow 2^{10} \rightarrow \infty)$.

¹³ Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως Λε', ΛΓ', éd. Martin, *Études sur le Timée de Platon*, Paris, 1841 | 1981, p. 96, 97.

4. Le Régime de la Tierce majeure naturelle dite « pure »¹⁴ :

« *continua proportio superparticularis sesquiquarta* » | ἐπιτέταρτα | $\nu p 4 \rightarrow 5$ | soit $5 \div 2^2 = \nu p a 1 \rightarrow 1,25$

• Boethii *De arithmetica* II, 2 | Boethii *De institutione musica* II, 8 •

	(0)	[1]	(2)	[3]	(4)	[5]	(6)	[7]	(8)	[9]	(10)	→ ∞
(0)	1		4		16		64		256		1024	
(1)			5		20		80		320		1280	
(2)					25		100		400		1600	
(3)							125		500		2000	
(4)									625		2500	
(5)											3125	
												∞

Voici le tableau du Régime de la Tierce majeure naturelle « pure », c'est-à-dire le tableau des proportions dites *sesquiquartæ*, qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des tierces successives dans une proportion continue *simplex superparticularis sesquiquarta* (gr. ἡ σύνεχης ἐπιμόριος ἐπιτέταρτος ἀναλογία : $4 \rightarrow 5$), ensuite, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), donne systématiquement des doubles octaves dans un rapport dit *tetraplasia proportio* ($1 \rightarrow 4$), enfin, en sens diagonal (ἡ ὑποτείνουσα • τὸ μῆκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), donne systématiquement deux tierces majeures « pures » redoublées successives dans un rapport *multiplex superparticularis*, dit *pentaplasia proportio* ($1 \rightarrow 5$). À l'instar des tableaux précédents, celui-ci se lit de 1 jusqu'à l'infini aussi bien dans les sens horizontal et vertical, que dans le sens diagonal : $1 \rightarrow 5 \rightarrow 25 \rightarrow 125 \rightarrow 625 \rightarrow 3125 \rightarrow \infty$ ¹⁵. Enfin, ce tableau représente la réunion entre la *medietas geometrica in dupla proportione multiplex* et la série de valeurs de $5^n \rightarrow \infty$ (Boethii *De institutione arithmetica* II, 44 ; Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 67 : 19), puis montre encore une autre application du raisonnement arithmétique de Πλάτων : i.e. le mélange des valeurs $1 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^{10}$ jusqu'à l'infini et les valeurs $1 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 \cdot 5^5$ jusqu'à l'infini¹⁶.

¹⁴ Boethii *De arithmetica*, II, 2 : « De inueniendo in unoquoque numero... », G.F., 83 : 1-6 ; J.-Y.G., p. 84 ; I.H., f. 39v° : 15-21 ; C.M. p. 114-115 ; cf. Boethii *De musica*, II, 8 : « Regulae quotlibet continuas proportionones superparticulares inueniendi », G.F., p. 234-237 ; C.B., p. 60 ; C.M., p. 114-115 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασινός, Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikḗ Eisagogḗ*), II, ch. 4, § 2, éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 79 : lignes 13-23. **Nota bene** : le Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή de Νικόμαχος ὁ Γερασινός ne consacre pas de diagramme au régime de la tierce majeure naturelle dite « pure », il l'exprime en prose ; cf. *RISM [grec]*, éd. T. J. Mathiesen : n° 21, p. 57 = München, Bayerischer Staatsbibliothek, C.g.m. 301 (XVI^e s. f. 1-32v°) ; cf. Hoche, ms. *G* = *Codex Gottingensis*, X^e s.

¹⁵ **Nota bene** : $(1 \rightarrow 5 \rightarrow 25 \rightarrow 125 \rightarrow 625 \rightarrow 3125 \rightarrow \infty)$ est identique à $(1 \rightarrow 5^1 \rightarrow 5^2 \rightarrow 5^3 \rightarrow 5^4 \rightarrow 5^5 \rightarrow \infty)$.

5. Le Régime de la Tierce dite « pythagoricienne » :

« *proportio [discontinua] superpartiens* » | *v p* **64** → **81** | soit $(9/8)^2$ | soit $3^4 \div 2^6 = v p a 1 \rightarrow 1,265625$

(0) [(1) (2)] **(3)** [(4) (5)] **(6)** [(7) (8)] **(9)** [(10) (11)] **(12)** [(13) (14)] **(15)** [(16) (17)] **(18)** [(19) (20)] **(21)** → ∞

(0)	[1	8	64	512	4096	32768	262144	2097152]
	[1]							
	[2]							
	[3]							
(4)		[81	648	5184	41472	331776	2654208]
	[5]							
	[6]							
	[7]							
(8)				[6561	52488	419904	3359232]
	[9]							
	[10]							
	[11]							
(12)						[531441	4251528]
	↓							
	∞							

Voici le tableau du Régime de la Tierce dite « pythagoricienne », c'est-à-dire le tableau des proportions *sesquioctavæ* $(9/8^2)$, qui, dans le sens vertical ($\tau\acute{o}$ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des tierces *pythagoriciennes* successives dans une proportion *superpartiens* de $2^6 \rightarrow 3^4$ [i.e. $8^2 \rightarrow 9^2$, soit $64 \rightarrow 81$], ensuite, dans le sens horizontal ($\tau\acute{o}$ πλάτος • *latitudo* • largeur), donne systématiquement des triples octaves dans un rapport dit *octaplasia proportio* ($1 \rightarrow 8$), enfin, en sens diagonal ($\eta\acute{\iota}$ ὑποτείνουσα • $\tau\acute{o}$ μήκος • *longitudo* • longueur), donne systématiquement des quadruples quintes redoublées dans un rapport *multiplex superparticularis* dit *octogesima-prima-plasia proportio* ($1 \rightarrow 81$). À l'instar des tableaux précédents, celui-ci se lit de 1 jusqu'à l'infini aussi bien dans les sens horizontal et vertical, que dans le sens diagonal : $1 \rightarrow 81 \rightarrow 6561 \rightarrow 531441 \rightarrow \infty$). Enfin, ce tableau représente la réunion entre la *medietas geometrica* (i.e. *in dupla proportione multiplex* et *in tripla proportione multiplex* ; Boethii *De institutione arithmetica* II, 44 ; Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 67 : 19), puis met en évidence une autre application du raisonnement arithmétique de Πλάτων : i.e. le mélange entre $1 \cdot 2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^9 \cdot 2^{12} \cdot 2^{15} \cdot 2^{18} \cdot 2^{21}$ et $1 \cdot 3^4 \cdot 3^8 \cdot 3^{12}$ jusqu'à l'infini.

¹⁶ Boethii *De arithmetica*, II, 2 ; Boethii *De musica*, II, 8 ; G.F., 83 : 1-6 ; J.-Y.G., p. 84 ; I.H., f. 39v° : 15-21 ; C.M. p. 114-115.

6. Le Régime de la Seconde majeure | « ἐπόγδοα » | « ἐμμελής »¹⁷:

« *continua proportio superparticularis sesquioctava* » | $\nu p 8 \rightarrow 9$ | soit $3^2 \div 2^3 = \nu p a 1 \rightarrow 1,125$

(0) [(1)(2)]	(3) [(4)(5)]	(6) [(7)(8)]	(9) [(10)(11)]	(12) [(13)(14)]	(15) [(16)(17)]	(18) [(19)(20)]	(21) $\rightarrow \infty$
(0) [1]	8	[64	512	4096	32768	262144	2097152]
[1]							
(2)	9	[72	576	4608	36864	294912	2359296]
[3]							
(4)		[81	648	5184	41472	331776	2654208]
[5]							
(6)			[729	5832	46656	373248	2985984]
[7]							
(8)				[6561	52488	419904	3359232]
[9]							
(10)					[59049	472392	3779136]
↓							
∞							

Voici le tableau du *Régime de la Seconde majeure*, c'est-à-dire le tableau des proportions dites *sesquioctavae*, qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des secondes majeures dans une proportion *superparticularis sesquioctava* (gr. ἡ συνεχῆς ἐπιμόριος ἐπόγδοος ἀναλογία : 8 → 9), ensuite, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), donne systématiquement des triples octaves successives dans un rapport dit *octaplasia proportio* (1 → 8), enfin, en sens diagonal (ἡ ὑποτείνουσα • τὸ μῆκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), donne systématiquement des doubles quintes redoublées successives dans un rapport *multiplex superparticularis* dit *nonaplasia proportio* (1 → 9). À l'instar des tableaux précédents, celui-ci se lit de 1 jusqu'à l'infini aussi bien dans les sens horizontal et vertical, que dans le sens diagonal : 1 → 9 → 81 → 729 → 6561 → 59049 → ∞. Enfin, ce tableau représente les deux aspects de la *medietas geometrica* (i.e. *in dupla proportione multiplex* et *in tripla proportione multiplex* ; Boethii *De institutione arithmetica* II, 44 ; Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 67 : 19), puis montre encore une fois la justesse du raisonnement arithmétique de Πλάτων sur la division de l'âme : i.e. le mélange des valeurs $1 \cdot 2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^9 \cdot 2^{12} \cdot 2^{15} \cdot 2^{18} \cdot 2^{21}$ et $1 \cdot 3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^6 \cdot 3^8 \cdot 3^{10}$ jusqu'à l'infini.

¹⁷ ἐμμελής, -ής, -ές, pl., εἶς : cf. Boethius *De institutione musica libri quinque*, V, 12 : « Quae sunt aequisonae quae consonae quae emmelis ». L'*emmelis*, bien qu'elle ne soit pas une consonance à proprement dite, se trouve dans la sympathie des consonances et de ce fait est considérée comme étant apte à la mélodie.
« *Emmelis* [ε·μμελει·ς soni] autem sunt reliqui qui inter has poni possunt ut inter diatessaron ac diapente differentia tonus iungunturque quodammodo aequisonae [uoces] quidem consonantibus ut diapason ex diatessaron ac diapente consonae [uoces] autem ex his qui emmelis soni uocantur » ; Boethii *De institutione musica* V, 12 ; éd. G.F., p. 362 : 17-23 ; C.B., p. 172 ; C.M., p. 330, 331 ; Kláuidios Ptolemaíos, *Harmoniká*, I, 4 et I, 7 ; éd. I. Düring, XVI, 21-29.

« Les emmeléis sont [en quelque sorte] les restes qui se trouvent positionnés entre celles-ci [les consonances], par exemple, le ton plein [i.e. la seconde majeure] qui constitue la différence entre la quarte et la quinte, et de la même manière fait la jonction entre les équisons et les consonances : l'octave issue de la quarte et la quinte [6 → 8 → 12] ; les intervalles consonants alors, en jonction avec celles-ci [i.e. les consonances], sont appelés 'emmeleis soni' [c'est-à-dire des sons musicaux agréables et aptes à la mélodie]... ».

7. Le Régime du Demi-Ton mineur | « λείμμα, -ατος (τὸ) » | « diesis » :
« proportio superpartiens » | νp 243 → 256 | soit $2^8 \div 3^5 = \nu p a 1 \rightarrow 1,053497942$

Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως \bar{M}' , Λε' : § B - Λζ' : § B (*Timaios, ou à propos de la Nature*, 35 : § B – 36 : § B) :
 « ἕξ καὶ πεντήκοντα καὶ διακοσίων πρὸς τρία καὶ τετραράκοντα καὶ διακοσία » •

• Boethii *De institutione musica* II, 28 ; II, 29 ; III, 5 •

	(0)	[(1) (2) (3) (4)]	(5)	[(6) (7) (8) (9)]	(10)	[(11) (12) (13) (14)]	(15)→ ∞
(0)	[1]		243		[59049		14348907]
[1]							
[2]							
[3]							
[4]							
[5]							
[6]							
[7]							
(8)			256		[62208		15116544]
[9]							
[10]							
[11]							
[12]							
[13]							
[14]							
[15]							
(16)					[65536		15925248]
[17]							
[18]							
[19]							
[20]							
[21]							
[22]							
[23]							
(24)							[16777216]
[25]							
[26]							
[27]							
[28]							
[29]							
[30]							
[31]							
(32)							
↓							
∞							

Voici le tableau du *Régime du Demi-ton mineur* (*leimma* ou *diesis*), qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des demi-tons mineurs dans une proportion *superpartiens* de $2^8 \div 3^5$ (soit $256 \div 243 = 1 \rightarrow 1,053497942$), ensuite, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), donne systématiquement des quintuples quintes redoublées successives dans un rapport dit *ducentesima-quadagesima-tertia-plasia proportio* ($1 \rightarrow 243$), enfin, en sens diagonal (ἡ ὑποτεινουσα • τὸ μήκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), donne systématiquement des octuples octaves successives dans un rapport *multiplex superparticularis* dit *ducentesima-quinquagesima-sexta-plasia proportio* ($1 \rightarrow 256$). À l'instar des tableaux précédents, celui-ci se lit de 1 jusqu'à l'infini aussi bien dans les sens horizontal et vertical, que dans le sens diagonal : $1 \rightarrow 256 (2^8) \rightarrow 65536 (2^{16}) \rightarrow 16777216 (2^{32}) \rightarrow \infty$. Enfin, ce tableau représente les deux aspects de la *medietas geometrica* (*in dupla proportione multiplex* et *in tripla proportione multiplex*), traduisant de manière fidèle la dernière partie de la *division de l'âme* selon le *Timaios* de Platon (§36B) : « ἕξ καὶ πεντήκοντα καὶ διακοσίων πρὸς τρία καὶ τετραράκοντα καὶ διακοσία », soit $256 \div 243$, et montrant une fois de plus la haute précision du raisonnement de Πλάτων dans l'élaboration de sa théorie sur la division de l'âme : c'est-à-dire, pour ce qui concerne le *Régime du Demi-Ton mineur*, le mélange des valeurs $1 \cdot 2^8 \cdot 2^{16} \cdot 2^{32}$ jusqu'à l'infini et $1 \cdot 3^5 \cdot 3^{10} \cdot 3^{15}$ jusqu'à l'infini (cf. *Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως*, Λζ' B : *Timaios, ou à propos de la Nature*, 36B ; Paris, BnF, Fonds grec 1807, f. 120v°).

8. Le Régime du Demi-Ton majeur | «ἀποτομή, -ῆς (ῆ) » :

« *proportio superpartiens* » | $v p$ **2048** → **2187** | soit $3^7 \div 2^{11} = v p a 1 \rightarrow 1,06787109375$

• Boethii *De institutione musica* II, 30 •

\downarrow	\rightarrow	(0)	[(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)]	(11)	[(12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21)]	(22)	$\rightarrow \infty$
		(0)	[1]	2048		[4194304]	
		[1]					
		[2]					
		[3]					
		[4]					
		[5]					
		[6]					
		(7)		2187		[4478976]	
		[8]					
		[9]					
		[10]					
		[11]					
		[12]					
		[13]					
		(14)				[4782969]	
		\downarrow					
		∞					

Voici le tableau du *Régime du Demi-ton majeur (apotomi)*, qui, dans le sens vertical (τὸ βάθος • *profunditas* • profondeur), donne systématiquement des demi-tons majeurs dans une proportion *superpartiens* de $3^7 \div 2^{11}$ (soit $2187 \div 2048 = 1 \rightarrow 1,06787109375$), ensuite, dans le sens horizontal (τὸ πλάτος • *latitudo* • largeur), donne systématiquement des undecuples octaves successives dans un rapport dit *bis millesima-quadagesima-octava-plasia proportio* ($1 \rightarrow 2048$), enfin, en sens diagonal (ἡ ὑποτείνουσα • τὸ μῆκος • *longitudo* • *angulares* • longueur), donne systématiquement des septuples quintes redoublées successives dans un rapport *multiplex superparticularis* dit *bis millesima-centesima-octogesima-septima-plasia proportio* ($1 \rightarrow 2187$). À l’instar des tableaux précédents, celui-ci se lit de 1 jusqu’à l’infini aussi bien dans les sens horizontal et vertical, que dans le sens diagonal : $1 \rightarrow 2187 (3^7) \rightarrow 4782969 (3^{14}) \rightarrow \infty$. Enfin, ce tableau représente les deux aspects de la *medietas geometrica* (i.e. *in dupla proportione multiplex* et *in tripla proportione multiplex*), mettant en évidence encore une autre application du raisonnement arithmétique de Πλάτων, de Νικόμαχος ὁ Γερασηνός et de Manlius Boethius : c’est-à-dire, pour ce qui concerne le *Régime du Demi-Ton majeur*, le mélange entre $1 \cdot 2^{11} \cdot 2^{22}$ jusqu’à l’infini et $1 \cdot 3^7 \cdot 3^{14}$ jusqu’à l’infini.

9.

• Algorithmes des Régimes de consonances et d'intervalles musicaux •

(o) Algorithme fondamental du Régime de l'Octave et ses diverses applications : $v p 1 \rightarrow 2$ [$v p a = 1 \rightarrow 2$]

Soit f la fonction prenant en paramètres :

v allant de $+0 \rightarrow \infty$ ($v \in N$) • n allant de $+0 \rightarrow \infty$ ($n \in N$)

$$f(v, n) = v / (2^n) = v p a$$

$$f(27\ 648, 14) = 27\ 648 / 2^{14} = 1 \rightarrow 1, 6875$$

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(1) Algorithme du Régime de l'Octave : $v p 1 \rightarrow 2$ [soit $2^1 \div 1^1 = v p a = 1 \rightarrow 2$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ • $v p = 2v \rightarrow \infty \div 2v \rightarrow \infty$ $i. inf.$

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(2) Algorithme du Régime de la Quinte : $v p 2 \rightarrow 3$ [soit $3^1 \div 2^1 = v p a = 1 \rightarrow 1,5$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 2v \rightarrow \infty \div 2v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 2^n \times 3^n \rightarrow \infty \div 2^n \times 3^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(3) Algorithme du Régime de la Quarte : $v p 3 \rightarrow 4$ [soit $2^2 \div 3^1 = v p a = 1 \rightarrow 1,3333333333333333$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 3v \rightarrow \infty \div 3v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 3^n \times 4^n \rightarrow \infty \div 3^n \times 4^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(4) Algorithme du Régime de la Tierce majeure naturelle dite « pure » : $v p 4 \rightarrow 5$ [soit $5^1 \div 2^2 = v p a = 1 \rightarrow 1,25$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 4v \rightarrow \infty \div 4v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 4^n \times 5^n \rightarrow \infty \div 4^n \times 5^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(5) Algorithme du Régime du Ton : i.e. de la Seconde majeure : $v p 8 \rightarrow 9$ [soit $3^2 \div 2^3 = v p a = 1 \rightarrow 1,125$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 8v \rightarrow \infty \div 8v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 8^n \times 9^n \rightarrow \infty \div 8^n \times 9^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(6) Algorithme du Régime de la Tierce dite « pythagoricienne » : $v p 64 \rightarrow 81$ [soit $3^4 \div 2^6 = v p a = 1 \rightarrow 1,265625$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 64v \rightarrow \infty \div 64v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 64^n \times 81^n \rightarrow \infty \div 64^n \times 81^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(7) Algorithme du Régime du Demi-Ton mineur : « λειμμα, -ατος (τὸ) » [« *diesis* » : $v p 243 \rightarrow 256$]

« ἕξ καὶ πεντήκοντα καὶ διακοσίων πρὸς τρία καὶ τετραράκοντα καὶ διακοσία »

[soit $2^8 \div 3^5 = v p a = 1 \rightarrow 1,053497942$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 243v \rightarrow \infty \div 243v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 243^n \times 256^n \rightarrow \infty \div 243^n \times 256^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

(8) Algorithme du Régime du Demi-Ton majeur : « ἀποτομή, -ῆς (ή) » : $v p 2048 \rightarrow 2187$

[soit $3^7 \div 2^{11} = v p a = 1 \rightarrow 1,06787109375$]

$v p a = v \div 2^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ πλάτος » (*latitudo*) •

$v p = 2048v \rightarrow \infty \div 2048v$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ [τὸ μῆκος] (*longitudo* | « *angulares* ») •

$v p = 2048^n \times 2187^n \rightarrow \infty \div 2048^n \times 2187^n$ $i. inf.$ $\rightarrow \infty =$ « τὸ βάθος » (*profunditas*) •

• [$v =$ valeur quelconque • $v p =$ valeur proportionnelle • $v p a =$ valeur proportionnelle absolue • $i. inf.$ = immédiatement inférieur] •

• © Illo Humphrey | Lutetiae die martis tertio idus maii, anno Domini bis millesimo tertio | Paris 13 mai 2003 •

• Nota bene : Cet algorithme a été élaboré en 2003 avec l'aide précieuse de mon fils Kyrié Humphrey, ingénieur en informatique chez SONY-Gaikai •

Les Régimes d'Intervalles musicaux d'après Νικόμαχος ὁ Γερασηνός Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή, II, 4, éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 77 ; *RISM* [grec], éd. T. J. Mathiesen : n° 21, p. 57 = München, BSB, C.g.m. 301 (XVI^e s. f. 1-32v°) ; cf. ms. *G* = *Codex Gottingensis*, X^e s.

• [β'] « Διπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος διπλάσιον » •

• [Régime de la Quinte : « ἡμιόλιος » | « ἐπιδεύτερος » | β' → γ' (2 → 3) • $\nu p a = 1 \rightarrow 1,5$] •

	[οὐδέν] → (α')	(β')	(γ')	(δ')	(ε')	(ζ')	↓	
[οὐδέν]	α'	β'	δ'	η'	ιζ'	λβ'	ξδ'	
↓								
(α')	↘	γ'	ζ'	ιβ'	κδ'	μη'	ιζ'	« κατὰ
(β')	« κατὰ	θ'	ιη'	λζ'	οβ'	ρμδ'		
(γ')			κζ'	νδ'	ρη'	σιζ'	τὸ βάθος	
		τὴν ὑποτείνουσιν						
(δ')				πα'	ρξβ'	τκδ'		
(ε')		(τὸ μῆκος) τριπλάσιον »			σμγ'	υπζ'	ἡμιόλιον » [ἐπιδεύτερον]	
(ζ')						ψκθ'		

• [γ'] « Τριπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος τριπλάσιον » •

• [Régime de la Quarte : « ἐπιτρίτος » | γ' → δ' (3 → 4) • $\nu p a = 1 \rightarrow 1,33333333333333$] •

	[οὐδέν] → (α')	(β')	(γ')	(δ')	(ε')	(ζ')	↓	
[οὐδέν]	α'	γ'	θ'	κζ'	πα'	σμγ'	ψκθ'	
↓								
(β')	↘	δ'	ιβ'	λζ'	ρη'	τκδ'	λοβ'	« κατὰ δὲ
(γ')								
(δ')	« κατὰ δὲ	ιζ'	μη'	ρμδ'	υλβ'	,ασι		
(ε')							↓	
(ζ')			ξδ'	ριβ'	φοζ'	,αψκη	τὸ βάθος	
(η')		τὴν ὑποτείνουσιν						
(θ')				σνζ'	ψξη'	,βτδ		
(ι')		(τὸ μῆκος) τετραπλάσιον »			,ακδ	,γοβ	ἐπιτρίτον »	
(ια')								
(ιβ')						,διζ		

• [δ'] [Τετραπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος τετραπλάσιον] •

• [Régime de la Tierce majeure naturelle dite « pure » : « ἐπιτέταρτος » | δ' → ε' (4 → 5) • $vpa = 1 \rightarrow 1,25$] •

[οὐδέν]	→ (α')	(β')	[(γ')]	(δ')	[(ε')]	(ζ')	[(ζ')]	(η')	[(θ')]	(ι')
[οὐδέν]	α'	δ'	θς'	ξδ'	σνς'	,ακδ				↓
↓										
(α')	↘	ε'	ιβ'	λς'	ρη'	,ασπ			[κατὰ δὲ	
(β')		[κατὰ δὲ	κε'	μη'	ρμδ'	,αχ				↓
(γ')				ρκε'	φ'	,β			τὸ βάθος	
		τὴν ὑποτείνουσας								
(δ')					χκε'	,βφ				↓
(ε')			(τὸ μῆκος) πενταπλάσιον]			,γρκε			ἐπιτέταρτον]	•

Nota bene : Dans le traité Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή de Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, Livre II, ch. 4, § 2, éd. R. Hoche, Leipzig, 1864, p. 79 : lignes 13-23, le régime de la tierce majeure dite « pure » est décrite en prose •

• [ε'] [Ὀκτωπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος ὀκτωπλάσιον] •

• [Régime du Ton : la Seconde majeure : « ἐμμελής » | « ἐπόγδοος » : η' → θ' (8 → 9) • $vpa = 1 \rightarrow 1,125$] •

[οὐδέν]→	(α')	(γ')	[(δ') (ε')]	(ζ')	[(ζ') (η')]	(θ')	[(α') (ια')]	(ιβ')	[(λγ') (ιδ')]	(ιε')	[(ις') (ις')]	(ιη')
[οὐδέν]	α'	η'	ξδ'	φιβ'	,δςζ	,λβ	ψξη	,σξβ	ρμδ			
↓												↓
[(α')]												
(β')	↘	θ'	οβ'	φος'	,δχη	,λς	ωξδ	,σςδ	λιβ			[κατὰ δὲ
[(γ')]												
(η')		[κατὰ δὲ	πα'	μη'	,ε	ρπδ	,λβ	υοβ	,τλα	ψος		
[(ε')]												↓
(ζ')				ψκθ'	,ε	ωλβ	,μς	χνς	,τογ	σμη		τὸ βάθος
[(ζ')]		τὴν ὑποτείνουσας										
(η')					,ς	φξα	,νβ	υπη	,υιθ	λδ		
[(θ')]												↓
(ι')			(τὸ μῆκος) ἔννεαπλάσιον] •				,νθ	μθ	,υοβ	τςβ		ἐπόγδοον]
[(ια')]												
(ιβ')												,φλα
												υμα] •

Nota bene :

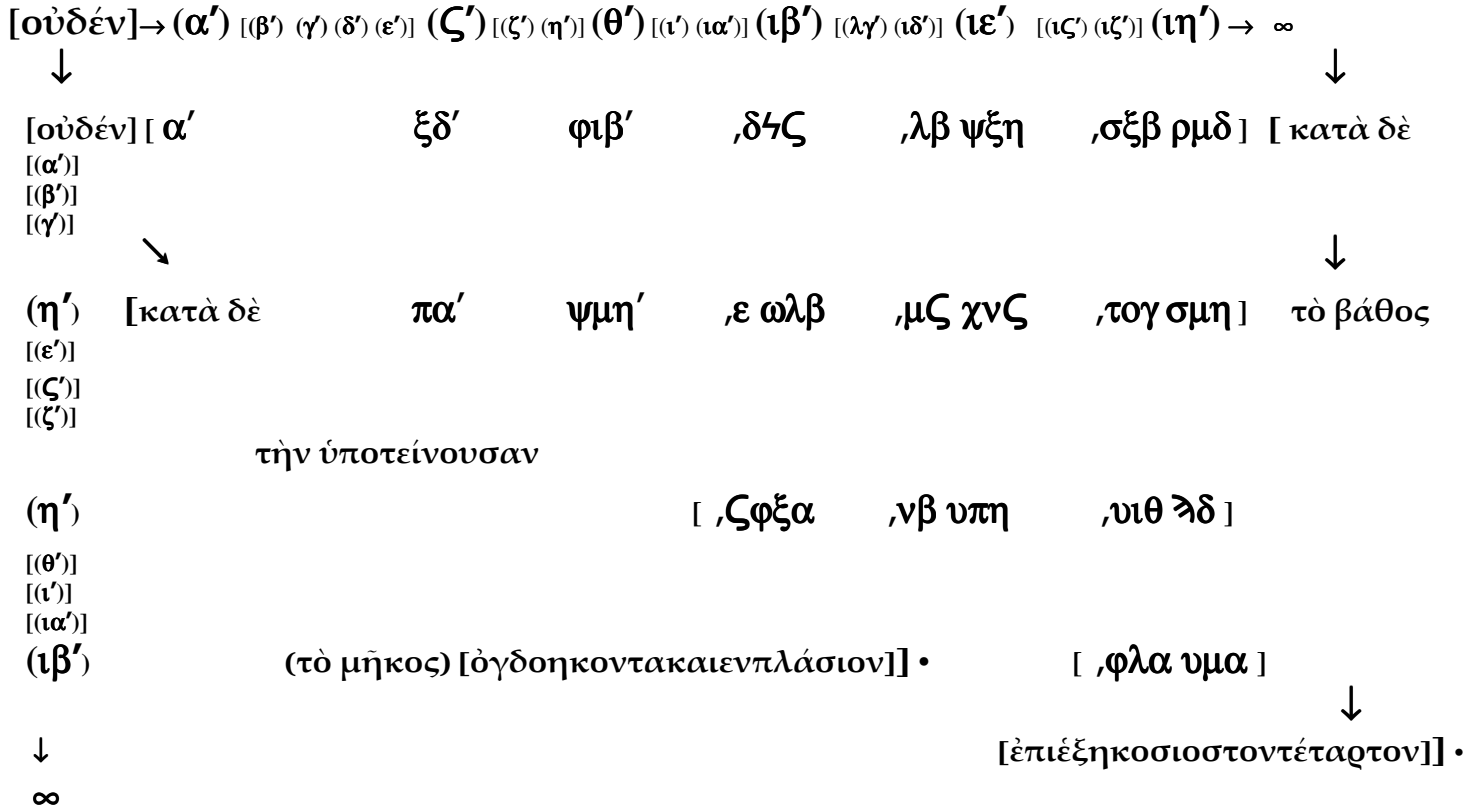
Dans le traité Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή de Νικόμαχος ὁ Γερασηνός,

ne figurent ni le régime de la seconde majeure : η' → θ' (8 → 9), ni le régime de la tierce dite « pythagoricienne » : ξδ' → πα' (64 → 81), ni le régime du demi-ton mineur : σμγ' → σνς' (243 → 256), ni le régime du demi-ton majeur : ,βμη → ,βρπς (2048 → 2187).

• [Ζ'] [Ἐξηκοντατετραπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος ἑξηκοντατετραπλασίον] •

• **Le Régime de la Tierce dite « pythagoricienne » :**

« *proportio [discontinua] superpartiens* » 64 → 81 | soit $(9/8)^2$ | soit $3^4 \div 2^6 = 1 \rightarrow 1,265625$ •



Nota bene :

Dans le traité **Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή** de **Νικόμαχος** ὁ **Γερασηνός**,
 ne figurent ni le régime de la seconde majeure : η' → θ' (8 → 9),
 ni le régime de la tierce dite « pythagoricienne » : ξδ' → πα' (64 → 81),
 ni le régime du demi-ton mineur : σμγ' → σνζ' (243 → 256),
 ni le régime du demi-ton majeur : ,βμη → ,βρπζ (2048 → 2187).

[ζ']

• [Διακοσιοιτετταρακοντατρίτονπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος διακοσιοιτετταρακοντατριαπλάσιον] •

• **Le Régime du Demi-Ton mineur** | « λειμμα, -ατος (τὸ) » :

« *proportio superpartiens* » 243 → 256 | soit $2^8 \div 3^5 = 1 \rightarrow 1,053497942$ •

« ἕξ καὶ πενήκοντα καὶ διακοσίων πρὸς τρία καὶ τετταράκοντα καὶ διακοσία »

• Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως \bar{M} , Λε' : § B - Λζ' : § B (*Timaios, ou à propos de la Nature*, 35 : § B – 36 : § B) •

• Boethii *De institutione musica* II, 28 ; III, 5 •

[οὐδέν] → [(α') (β') (γ') (δ')] (ε') [(ζ') (ζ') (η') (θ')] (ι') [(ια') (ιβ') (ιγ') (ιδ')] (ιε') → ∞

↓				↓
[οὐδέν] [α']	σμγ'	[,νθμθ	σμγ'']	[κατὰ δὲ
[(α')]			(14 348 907)	
[(β')]				
[(γ')]				
[(δ')]				
[(ε')]				
[(ζ')]				
[(ζ')]				

↘				↓	
(η')	[κατὰ δὲ	σνζ'	[,ξβση	,ξβση x γε']	τὸ βάθος
[(θ')]				(15 116 544)	
[(ι')]					
[(ια')]					
[(ιβ')]					
[(ιγ')]					
[(ιδ')]					
[(ιε')]					

τὴν ὑποτείνουσιν

(ιζ')		[,ξεφλζ	[β'ζ' x γε']
[(ιζ')]			(15 925 248)
[(ιη')]			
[(ιθ')]			
[(κ')			
[(κα')			
[(κβ')			
[(κγ')			

(κδ')	(τὸ μῆκος) [διακοσιοικαιπεντηκοντακαιέξπλάσιον]	• [β'κδ']
[(κε')		(16 777 216)
[(κζ')		
[(κζ')		
[(κη')		
[(κθ')		
[(λ')		
[(λα')		

(λβ')

↓
[ἐπιδιακοσιοστοντετταρακοστοντρίτον] •

↓
∞

Nota bene :

Dans le traité **Αριθμητική** εἰσαγωγή de Νικόμαχος ὁ Γερασηνός,
 ne figurent ni le régime de la seconde majeure : η' → θ' (8 → 9),
 ni le régime de la tierce dite « pythagoricienne » : ξδ' → πα' (64 → 81),
 ni le régime du demi-ton mineur : σμγ' → σνζ' (243 → 256),
 ni le régime du demi-ton majeur : βμη → βρπζ (2048 → 2187).

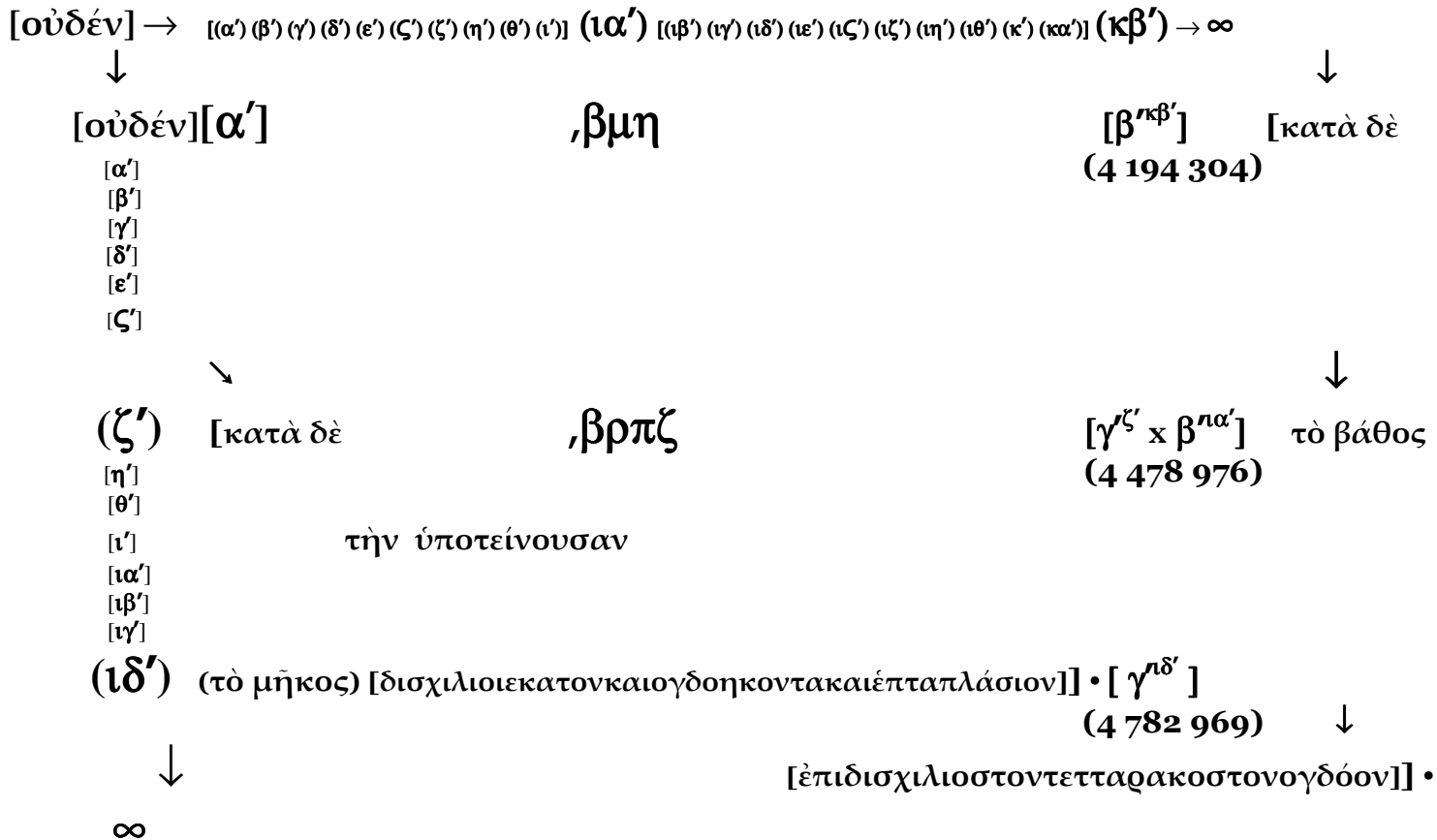
[η']

• [Δισχιλιοιτετταρακονταόκτωπλασίων διάγραμμα κατὰ τὸ πλάτος δισχιλιοιτετταρακονταόκτωπλάσιον] •

• **Le Régime du Demi-Ton majeur** | « ἀποτομή, -ῆς (ῆ) » :

« *proportio superpartiens* » 2048 → 2187 | soit $3^7 \div 2^{11} = 1 \rightarrow 1,06787109375$ •

• Boethii *De institutione musica* II, 30 •



Nota bene :

Dans le traité **Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή** de **Νικόμαχος** ὁ **Γερασηνός**,
 ne figurent ni le régime de la seconde majeure : η' → θ' (8 → 9),
 ni le régime de la tierce dite « pythagoricienne » : ξδ' → πα' (64 → 81),
 ni le régime du demi-ton mineur : σμγ' → σνς' (243 → 256),
 ni le régime du demi-ton majeur : ,βμη → ,βρπζ (2048 → 2187).

Les 27 lettres de l'alphabet grec et leurs valeurs numériques

1.	A α	<i>alpha</i>	α' = 1	,α = 1000
2.	B β	<i>beta</i>	β' = 2	,β = 2000
3.	Γ γ	<i>gamma</i>	γ' = 3	,γ = 3000
4.	Δ δ	<i>delta</i>	δ' = 4	,δ = 4000
5.	E ε	<i>épsilon</i>	ε' = 5	,ε = 5000
6.	F ζ*	<i>di-gamma</i>	ζ' = 6	,ζ = 6000
7.	Z ζ	<i>dzita</i>	ζ' = 7	,ζ = 7000
8.	H η	<i>eta</i>	η' = 8	,η = 8000
9.	Θ θ	<i>theta</i>	θ' = 9	,θ = 9000
10.	I ι	<i>iota</i>	ι' = 10	,ι = 10 000
11.	K κ	<i>kappa</i>	κ' = 20	,κ = 20 000
12.	Λ λ	<i>lamtha</i>	λ' = 30	,λ = 30 000
13.	M μ	<i>mi</i>	μ' = 40	,μ = 40 000
14.	N ν	<i>ni</i>	ν' = 50	,ν = 50 000
15.	Ξ ξ	<i>ksi</i>	ξ' = 60	,ξ = 60 000
16.	O ο	<i>o-micron</i>	ο' = 70	,ο = 70 000

17.	Π π	<i>pi</i>	π' = 80	,π = 80 00
18.	Ϸ*	<i>koppa</i>	Ϸ' = 90	,Ϸ = 90 000
19.	Ρ ρ	<i>rrho</i>	ρ' = 100	,ρ = 100 000
20.	Σ σ ς	<i>sigma</i> (<i>sigma final</i>)	σ' = 200	,σ = 200 000
21.	Τ τ	<i>taf</i>	τ' = 300	,τ = 300 000
22.	Υ υ	<i>u-psilon</i>	υ' = 400	,υ = 400 000
23.	Φ φ	<i>phi</i>	φ' = 500	,φ = 500 000
24.	Χ χ	<i>khi</i>	χ' = 600	,χ = 600 000
25.	Ψ ψ	<i>psi</i>	ψ' = 700	,ψ = 700 000
26.	Ω ω	<i>O-mega</i>	ω' = 800	,ω = 800 000
27.	Ϻ*	<i>sampi</i>	Ϻ' = 900	,Ϻ = 900 000

 *Di-gamma (Ϝ, Ϛ), Koppa (Ϸ), Sampi (Ϻ) : sont les trois lettres grecques tombées en désuétude.

Nota bene :

- «Atticus episcopus [Ἄγιος Ἀττικός Ἀρχιεπίσκοπος Κωνσταντινούπολεως : †425] qualiter formata epistolae fiat » •
 « Graeca elementa litterarum numeros etiam exprimere • nullus • qui vel tenuiter Greci sermonis notitiam habet • ignorat • »
 (Les lettres de l'alphabet grec expriment également les nombres, [toutefois], l'alphabet grec ignore le [concept de] nul [c'est-à-dire le chiffre zéro],
 lequel, en outre, est peu connu dans le langage courant grec...);
 cf. *Regula formatarum attici et epistolae secundum eam scriptae : capitulum XI*,
 dans *Monumenta Germaniae Historica, Legum Sectio V : Formulae*, éd. K. Zeumer, Berlin, 1886, p. 557-558
 • Source : München, Bayerische Staatsbibliothek, Clm 14429, Sankt Emmeram [?], IXe s., f. 226v° •



10. Observations

Dans cette étude, on observe que le *Régime de l'Octave* est omniprésent dans toutes les proportions étudiées, soit dans un rapport *superparticularis simplex* ($1 \rightarrow 2$), soit dans un rapport *superparticularis multiplex* ($1 \rightarrow 2^n$). L'omniprésence de l'octave dans ces *continuae proportionales superparticulares*¹⁸ laisse entrevoir son rôle primordial dans l'unité conceptuelle scientifique et philosophique, ce qui constitue la spécificité de l'enseignement platonicien et boétien. En effet, l'octave, souvenons-nous, qui se désignait dans un premier temps ἡ ἄρμονία par les pythagoriciens¹⁹, puis ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] par Πλάτων²⁰, ressort comme le fondement conceptuel commun pour la formation des nombres et proportions dans l'*ars arithmetica*, pour celle des intervalles et consonances dans l'*ars musica*, ainsi que pour la formation des médiétés dans l'*ars geometrica*²¹. Il s'ensuit que le mélange entre le *Régime de l'Octave* et les régimes de la quinte : *sesqui[?]altera proportio* ($2 \rightarrow 3$), de la quarte : *sesquitertia proportio* ($3 \rightarrow 4$) de la tierce : *sesquiquarta proportio* ($4 \rightarrow 5$), dont nous propose Manlius Boethius, d'après Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, trois *descriptiones* pédagogiques, s'inspirent directement de la théorie du mélange des trois essences tirée du Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως Λε', Λζ' (Platon, *Tímaios ou à propos de la Nature* §35, §36, §37)²² :

« μειγνὺς δὲ μετὰ τῆς οὐσίας καὶ ἐκ τριῶν ποιησάμενος ἓν, πάλιν ὅλον τοῦτο μοίρας ὅσας προσῆκεν διένειμεν, ἐκάστην δὲ ἐκ τε ταύτου καὶ θατέρου καὶ τῆς οὐσίας μεμειγμένην » :

(« en mêlant ces deux natures avec l'essence et de trois choses en ayant fait une seule, de nouveau il divisa le tout en autant de parties qu'il convenait, de sorte que chacune de ces parties produise un mélange du même [i.e. 1], de l'autre [i.e. 2] et de l'essence [intermédiaire, i.e. 3] »).

Ainsi, à la lumière de cette étude sur le *Régime de l'Octave*, et sur le σκοπός, c'est-à-dire la véritable nature de la première essence 1 (τὸ ἓν, τοῦ ἑνός), se dégagent deux lois : (a) en dehors de l'*Octave* aucune proportion, ni aucun intervalle musical, n'a de signification ; (b) en dehors de la première essence τὸ ἓν, τοῦ ἑνός (ἡ μονάς, -άδος | *unitas* | l'*unité absolue*) c'est-à-dire le nombre 1, aucun nombre, ni aucune valeur numérique ni aucune proportion numérique, quelle qu'elle soit, n'a de signification ni de raison d'être. Il en ressort donc que ce concept fondamental platonicien constitue à la fois l'essence du nombre et l'essence du son musical, et, par conséquent, l'essence de l'âme-conscience cognitive qui reçoit sa structure, semble-t-il, et du nombre et, à plus forte raison, du son.

¹⁸ Le Régime de l'Octave et ses diverses ramifications, est désigné par Boèce « *continua proportio superparticularis* » : cf. Boethii *De musica*, II, 8 : Regulae quotlibet continuas proportionales superparticulares inveniendi, G.F., p. 234-237 ; C.B., p. 59-62 ; C.M., p. 110-116.

¹⁹ H. Diels et W. Kranz, ... *Vorsokratiker*, Zürich et Berlin, 1964, cf. Philolaos, 44, B 6, § 2.

²⁰ ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] : Πλάτωνος, ἢ Πολιτεία, υλβ'α (Platon, *La République*, 432a) ; éd. Hermann, vol., IV, p. 1-318, cf. §533.

²¹ Boethii *De arithmetica*, II, 2 : De inueniendo in unoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit præcedere eorumque descriptio descriptionisque expositio, G.F., 81 : 22-27 ; J.-Y.G., p. 82 ; I.H., f. 38 : 20 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή* [Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikí Eisagógi*], II, ch. 3, § 2, R. Hoche, Leipzig (Teubner), 1864, cf. *RISM [grec]*, éd. T. J. Mathiesen : n° 21, p. 57 = München, Bayerischer Staatsbibliothek, C.g.m. 301 (XVI^e s. f. 1-32v^o) ; cf. aussi, chez Hoche, ms. G = *Codex Gottingensis*, X^e siècle ; Boethii *De arithmetica*, II, 2, G.F., 82 : 22-27 ; J.-Y.G., p. 83 ; I.H., f. 39v^o : 4-10 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*, II, ch. 4, § 1 ; Boethii *De arithmetica*, II, 2, éd. G.F., 83 : 1-6 ; J.-Y.G., p. 84 ; I.H., f. 39v^o) : 15-21 ; cf. Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*, II, ch. 4, § 2.

11. Conclusion

Ainsi, l'octave musicale est caractérisée, nous l'avons vu, par le simple rapport $1 \rightarrow 2$. Gardant bien en mémoire ce postulat, le *Régime de l'Octave*, qui est désigné à bon escient par Hans Cousto « *Das Gesetz der Oktave* » (*la loi de l'octave*)²³, s'avère l'une des fonctions fondamentales dans la gestion de toutes les applications de la philosophie des nombres et proportions. En effet, le concept du *Régime de l'Octave*, tel qu'il a été défini par Manlius Boethius (*De arithmetica* II, 2 ; *De musica* II, 8) apparaît comme étant le principe arithmétique et mathématique de base émanant de ce qu'il appelle la « *principalitas unitatis* » (la primauté de l'Unité absolue, c'est-à-dire la première essence : le nombre 1, *De arithmetica* I, 7). Il s'ensuit que le principe de l'octave régit la logique des nombres et des proportions, et *a fortiori causa* celle de la formation des intervalles musicaux. C'est précisément pour cette raison que Πλάτων s'en est servi pour élaborer sa théorie sur la *genèse de l'âme*, combinant de la manière suivante le *Régime de l'octave* et le *Régime de la quinte* : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 243 \rightarrow 256$. Ensuite, Νικόμαχος ὁ Γερασηνός s'en est servi dans son Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή II, 3 au II, 4, pour mettre en évidence les triples propriétés numériques, sonores et géométriques du *Régime de l'Octave*, en l'occurrence : τὸ πλάτος (*latitudo* : largeur) • τὸ μῆκος (*angulares* | *longitudo* : longueur) • τὸ βάθος (*profunditas* : profondeur). Manlius Boethius, reprenant l'enseignement de Νικόμαχος sur les triples propriétés du *Régime de l'Octave*, signale dans son *De arithmetica* II, 2, la coïncidence entre le principe de la formation des intervalles musicaux et la théorie platonicienne sur la *genèse de l'âme-conscience*, qu'il traduit littéralement par *animae generatio*, puis dans *De musica* I, 1, il signale la même coïncidence entre le principe de la consonance musicale et la théorie de Πλάτων sur la *genèse de l'âme du monde*, qu'il traduit figurativement par *anima mundi*. Dans ces deux cas de figure, Manlius Boethius fait allusion explicitement à l'exposé de Πλάτων Τίμαιος.

Enfin, pour clore cette étude sur le *Régime de l'Octave*, il convient de donner le dernier mot à Platon et à Manlius Boethius. En effet, dans le Πλάτωνος Τίμαιος § 35 et 36, puis dans le Boethii *De arithmetica* II, 2, les auteurs résument de manière magistrale la coïncidence parfaite entre le principe de la formation des intervalles musicaux et la théorie sur les propriétés numériques de l'âme, c'est-à-dire la théorie sur la *genèse de l'âme* : « ἡ τῆς ψυχῆς

²² Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως Λε', ΛΖ' (*Timaios, ou à propos de la Nature*, 35B – 37A) ; éd. Th.-H. Martin, *Études sur le Timée de Platon*, Paris, 1841 (Vrin-reprise 1981), p. 96-101, Note XXII (§I) : p. 346-349, (§III) : p. 358-359.

²³ Hans Cousto, *Die Oktave – Das Urgesetz der Harmonie*, Berlin (Simon + Leutner | Edition Harmonik), 2007 | ISBN 978-3-9223389-97-2 ; c. F. Chapitre 3: Das Gesetz der Oktave, p. 25-43 ; http://www.planetware.de/download/cousto/Cousto-Die_Oktave_ed07.pdf •

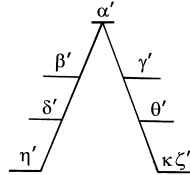
γένεσις» ou bien «ή ψυχογονία, -ας»²⁴ (en latin : «*animae generatio*» : Boethii *De arithmetica* II, 2 ; ou bien «*mundi anima*» : Boethii *De musica* I,1), telle que celle-ci fut exposée à l'origine dans le traité Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως, λ' Β - λζ' Β :²⁵.

(Plátonos *Tímaios*, ou à propos de la Nature, 35B-36B)

« Ἦρχετο δὲ διαιρεῖν ᾧδε • μίαν ἀφείλεν τὸ πρῶτον ἀπὸ παντὸς μοῖραν • μετὰ δὲ ταύτην ἀφήρει διπλασίαν ταύτης • τὴν δ' αὖ τρίτην ἡμιολίαν μὲν τῆς δευτέρας • τριπλασίαν δὲ τῆς πρώτης • τετάρτην δὲ τῆς δευτέρας διπλῆν • πέμπτην δὲ τριπλῆν τῆς [35c] τρίτης • τὴν δ' ἕκτην τῆς πρώτης ὀκταπλασίαν • ἑβδόμην δ' ἑπτακαικεκοσιπλασίαν τῆς πρώτης • »

cf. Paris, BnF, Fonds grec 1807 (Constantinople au IX^e s.), f. 120v^o, colonne 1 : lignes 20-32 ;

cf. <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8419248n/f1.image.langFR>, f. 114r^o-144v^o.



Descriptio 2 : Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως, λ' Β - λζ' Β : « ή τῆς ψυχῆς γένεσις »

(ή ψυχογονία, -ας : Πλούταρχος ὁ Χαιρωνεύς, τὰ Ἠθικά Υἱε' | *animæ generatio* : Boethii *De arithmetica* II, 2 | *mundi anima* : Boethii *De musica* I, 1)

• Boethii *De institutione arithmetica libri duo* II, 2 | édition proto-philologique, Illo Humphrey, Ottawa, 2007, f. 38 : 20-25 •
(Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή Β', β' : γ' • cf. éd. R. Hoche, p. 75 : § 3)

✱ [Paris, BnF, Fonds latin 14 064 (f. 38 : 20-25) ; éd. G.F. (p. 80 : 1-11) ; J.-Y.G. (p. 81 : 7-17) ; I.H., f. 38 : 20-25)] ✱

[Libellus V : f. 38]

• (Nota bene : Les gloses en italiques furent écrites en sténographie latine, c'est-à-dire en notes dites tironiennes.) •

[DE INUENIENDO IN UNOQUOQUE NUMERO QUOT NUMEROS
EIUSDEM PROPORTIONIS POSSIT PRAECEDERE EORUMQUE
DESCRIPTIO DESCRIPTIONISQUE EXPOSITIO •]

[[Ⓜ]] idest in is-ta speci-e inaequalitatis

induc[?]-tio consideratio

[II] [20] Est autem quaedam in hac re profunda et miranda speculatio • et ut ait •

consonantiarum [[Ⓜ]] speculatio

/

in ill-o illuc[?] ∴ ad musicam inspectionem

[21] nicomachus enmusōtaton ∴ • theorema proficiens • et ad **platoniam** in **timaeo** ∴ ip-sa speculatio ut hoc interualum est acuti et grau-is et so-nis dist-antia mus-si-cae poss-it intellegi

[22] ///**animae generationem** • et ad interualla armonicæ disciplinae ;

in armonica et musi-ca disciplina un-um est

[23] Ibi enim iubemur producere atque extendere tres uel quattuor sesqual

[24] teros • uel quotlibet • sesquitercias proportiones • et sesquiquartas conpa

[25] rationes • easque secundum propositum ordinem sepe continuas iubemur

[[Ⓜ]] consonantia est acu-ti et gra-ui son-i mixtura suaui-ter et uniformi-ter accedens ad aures • quam grae-ci appell-ant symphoniam

[[Ⓜ]] Depraehenditur in hac discriptione quemadmodum uoc-ant hæ speci-es inaequalitatis autem[?] interposi[?]-tione alt-erius nume-ri

✱ [Paris, BnF, Fonds latin 14 064 (f. 38 v^o : 1-4) ; éd. G.F. (p. 80 : 11-17) ; J.-Y.G. (p. 81 : 17-23) ; I.H., f. 38 v^o : 1-4)] ✱

[Libellus V : f. 38 v^o]

: quantus enim ad magnitu-di-em pertin-et • quot ad numer-um

[1] extendere ; Ne autem hoc labore quodam semper quidem maximo fre

∴ Infructuoso

∴

: pro quot

[2] quentius inferaci fiat • hac nobis ratione in quot numeris quanti possint esse super

idest tripli tripli et reliqui • tant-arum dixit pro toto

[3] particulares • uestigandum est ; Omnes enim multiples tantarum similium

ill-is scilicet sesquialteris princip-es er-unt

crescen-do nume-ro

[4] sibimet proportionum principes erunt quoto ipsi loco • ab unitate discesserint ;

²⁴ Πλούταρχος ὁ Χαιρωνεύς [†a.D. 125] : τὰ Ἠθικά Υἱε' [Plouátarchos, *Ethiques* 415] ; J.-Y. G., *Boèce. Institution arithmétique*, p. 209 : note 11. Nota bene : Il faut préciser que le terme grec «ή ψυχογονία» est un néologisme, attesté à partir de Πλούταρχος ὁ Χαιρωνεύς ; il n'apparaît nulle part dans le *Tímaios* de Pláton.

²⁵ Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως λ', λζ' (Plátonos *Tímaios*, ou à propos de la Nature, 35B – 36A), éd. Th.-H. Martin, *Études sur le Timée de Platon*, Paris, 1841 (Vrin-reprise 1981), p. 96, 97.

12. Épilogue

La finalité de cette étude est de déterminer pourquoi Πλάτων ainsi que Manlius Boethius, *via* Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, ont fait appel au principe des nombres et proportions et à celui des consonances et intervalles musicaux, savoir : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 243 \rightarrow 256 \rightarrow \text{etc.}$, pour expliquer *la genèse de l'âme-conscience* (ή τῆς ψυχῆς γένεσις | « *animae generatio* » | « *mundi anima* »). Le choix de baser leurs analyses de *l'âme* sur ces deux principes scientifiques-philosophiques fondamentaux provient de trois hypothèses essentielles, en l'occurrence :

- (a) la structure spécifique du son musical est déterminée par des nombres et proportions •
- (b) le son musical, et le son tout court, semble capable à lui seul d'imprimer sa structure numérique et musicale sur l'esprit, sur les corps, sur les objets et sur la matière dans son ensemble •
- (c) le son musical est mesurable, et par conséquent les effets du son sur la matière et sur l'esprit sont également mesurables •

Sachant cela, Πλάτων et ses disciples en question ont opté en pleine connaissance de cause pour les deux instruments de travail : ή ἀριθμητικὴ τέχνη | *ars arithmetica* et ή μουσικὴ τέχνη | *ars musica*, comme critères de base pour déterminer l'origine et la structure de *l'âme-conscience*. Leur recherche donc est axée essentiellement sur le son musical, et sur le son tout court, dont les mots-concepts clés sont : ὁ φθόγγος, -ου | ή φθογγή, -ῆς | *phthongos* • *vox* • *sonus* • *tonus* • *simplex sonus* • *accentus* | φθέγγεσθαι | *vocare* • *appellare* • *loqui* • *cantare*²⁶.

Ainsi, le Régime de l'Octave se révèle un instrument de mesure par excellence qui nous permet de mesurer à la fois les matières tangibles et intangibles tel le son musical et le processus cognitif, c'est-à-dire la « *cognition* »²⁷. Le phénomène cognitif, en conjonction avec les facultés de la perception par les sens, apparaît donc comme le socle de la structure de base du développement de *l'âme-conscience* et, par conséquent, à la lumière de la théorie de Πλάτων sur ή τῆς ψυχῆς γένεσις, peut être mesuré selon le principe fondamental de ή τοῦ ἀριθμοῦ οὐσία | latin : *substantia numeri*, (c'est-à-dire *l'essence du nombre*), principe qui a été explicité par Πλάτων, par Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, puis par Manlius Boethius (*De institutione arithmetica libri duo* I, 2 : *De substantia numeri*)²⁸, et ce à l'aide du phénomène fondamental du son musical.

Πλάτων et ses héritiers naturels, Νικόμαχος ὁ Γερασηνός et Manlius Boethius, ont bien compris la structure subtile du processus cognitif et ont transmis à la postérité des hypothèses pertinentes pour mesurer le phénomène cognitif par le biais des nombres et proportions, et par le biais du son musical (ὁ φθόγγος, -ου | ή φθογγή, -ῆς | en latin : *phthongos*), et du son tout court.

À ce propos, il est utile et édifiant de relire le début du traité *Boethii De musica*, où Manlius Boethius, reprenant la théorie de Πλάτων sur la *genèse de l'âme*, explique que la *perceptio* et la *cognitio* sont étroitement liées au phénomène de la consonance musicale, et, par conséquent, à celui du Régime de l'Octave et du Régime de la Quinte :

²⁶ ὁ φθόγγος, -ου | ή φθογγή, -ῆς : intonation, son musical de la voix humaine, son musical d'un instrument, son musical d'oiseaux, Πλάτωνος Τίμαιος ή περι Φύσεως π' (Plátonos, *Tímaios ou à propos de la Nature* §80) ; *phthongos* | φθέγγεσθαι : appeler, parler, crier, chanter, Boethii *De musica* I, 3 ; I, 8 ; I, 12 ; C. Bower, M. Bernhard, *Glossa maior*, München, 1993, Vol. 1, p. LXXII-LXXV, 166.

²⁷ La proto-philologie du terme « *cognition* » remonte directement au mot latin « *cognitio* », signifiant *le fait d'apprendre* ou *le fait de connaître*, dérivé du verbe *cognosco* : *je connais*. Le processus cognitif, qui par nature est complexe et difficile à observer, se définit par un mélange de plusieurs mots-concepts grecs fondamentaux, en l'occurrence : ή ψυχή, -ῆς (en latin : *anima* | âme, conscience, souffle, esprit, intelligence, etc.), ὁ θυμός, -ου | τὸ μένος, -εως, -υος (en latin : *mens* | âme, conscience, souffle de vie, esprit, cœur émotionnel, siège de la pensée, sentiments, etc.), ὁ νοῦς, -ου (en latin : *mens, animus, spiritus, intelligentia, ingenium* | esprit, intelligence, raison, etc.), ή γνώμη, -ῆς (en latin : *cognitio* | processus d'apprentissage, processus cognitif, faculté de la pensée, sentiment, jugement, processus de traitement d'informations et de sensations venant de l'intérieur ou de l'extérieur, etc.), ή αἴσθησις, -εως (en latin : *perceptio* | processus de perception, sens, organe des sens, l'un des cinq sens, sensation, perception extérieure des sens, intelligence, connaissance, etc.), τὸ αἰσθητήριον, -ου (en latin : *sensuum perceptio, sensorium, sensus, sensum* | faculté ou organe des sens, faculté de perception, etc.) ; Illo Humphrey, *Boethius. His Influence on the European Unity of Culture: from Alcuin of York (†804) to Thierry of Chartres (†1154)*, Nordhausen, 2e éd. 2012, cf. chapitre 5 : *Boethius and the Cognitive Process*, p. 91-112.

²⁸ **Nota bene** : Dans un commentaire du XIIe siècle sur le Boethii *De institutione arithmetica libri duo*, commentaire découvert par Irene Caiazzo et attribué par celle-ci à Thierry de Chartres (†ca. 1154), l'auteur du commentaire explique le concept de la *substantia numeri* par l'exégèse suivante : « *creatio numerorum • rerum est creatio* » (« *la création des nombres • est la création des choses* ») ; cf. Irene Caiazzo, éd., *Thierry of Chartres: The Commentary on the De arithmetica of Boethius. Studies and Texts*, *Thierry of Chartres: Studies and Texts* 191, Pontifical Institute of Medieval Studies, Toronto, 2015, xii - 262 p. ; Source : *Commentum super arithmetica Boethii*, Stuttgart, Württembergische Landesbibliothek, Cod. math. 4° [in-quarto] 33, XIIe s. ; Notice bibliographique : http://www.colloquiaaquitana.com/?page_id=28 – Actualités – Irene Caiazzo.

Boethii *De institutione musica libri quinque* I : 1 (Prohæmium) :

« *Omnium quidem perceptio sensuum ita sponte ac naturaliter quibusdam uiuentibus adest• ut sine his animal non possit intellegi• sed non aequè eorundem cognitio ac firma perceptio animi inuestigatione colligitur•... Hinc etiam internosci potest• quod non frustra a Platone dictum sit• mundi animam musica conuenientia fuisse coniunctam•* »

Traduction-Interprétation française (Illo Humphrey) :

« *La perception en effet [par le moyen des facultés] de tous les sens est à tel point spontanément et naturellement présente dans certains êtres vivants• que sans celles-ci [les facultés des sens]• l'être humain ne peut être compris ; mais non seulement [par] le processus cognitif• mais aussi à travers la faculté des sens la solide perception de l'esprit est acquise par le moyen de l'investigation• ... Ainsi, il peut être reconnu [et admis], non sans raison, ce qui a été dit à partir [de l'école de pensée] de Platon : [c'est-à-dire le principe de] la consonance musicale fut [intimement lié et] conjoint à [la genèse de] l'âme du monde ».*

Ce passage, qui ouvre le *Prohæmium* du traité *Boethii De institutione musica libri quinque*, met en vedette le processus cognitif et la faculté de perception des cinq sens, ensuite, il signale le rapport étroit entre la théorie des nombres et proportions de Πλάτων sur la genèse de l'âme-conscience et le Régime de l'Octave musicale. En effet, la théorie de Πλάτων, intimement liée à l'essence du nombre et au son musical, donne à cette recherche sa dimension subjective, et du coup nous permet d'observer et de mesurer plus facilement le processus cognitif ; d'où, enfin, la pertinence de l'intitulé du colloque ICONEA-2014, qui pose deux questions philosophiques subtiles, en l'occurrence : *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond (Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both ?)* • IH | ih | Ph. D. | HDR | 7-VII-2016 | *Explicit* •

• **Illo Humphrey, Ph. D. | HDR** •

• **Mediævalist | Musicologist | Proto-Philologist** •

• *Villa Aquitana* • Bèluzie Est • Route de Sainte-Foy-des-Vignes • 24130 Ginestet • France •

• Tél. (Fixe) : +33(0)9 52 45 02 53 | Tél. (Portable) : +33(0)6 51 30 69 96 •

• Illo.Humphrey@free.fr | IlloHumphrey01@gmail.com •

• Fellow | Member of the Board | ICONEA | Faculty of Oriental Studies | University of Oxford | UK •

• <http://www.iconea.org/?cat=23> | <http://www.iconea.org/?p=444> •

• Chercheur Associé | EA 4593 CLARE – LaPRIL | Université Bordeaux Montaigne | 33607 Pessac | France •

• <https://u-bordeaux3.academia.edu/IlloHumphrey> •

*humiliter,
scripsi et subscripsi.*



APPENDICE :

• (1) Résumé de synthèse | (2) English Abstract | (3) Deutsche Zusammenfassung •

• (1) Résumé de synthèse | Français •

• Cette étude sur le *Régime de l'Octave* est, au sens propre, au même diapason que le colloque ICONEA-2014, *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge?* En effet, l'octave musicale, appelée à tour de rôle selon les époques : « ἡ ἀρμονία » | « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] » | « τὸ διὰ πασῶν » | « *diplasia proportio* » | « *duplum* », est caractérisée par le simple rapport mathématique binaire, dyadique de 1 à 2. Il en ressort que l'octave constitue le germe fondamental de tous les intervalles musicaux ; d'où le choix du terme « *Le Régime de l'Octave* ». La présente étude est à la fois une recherche sur la philosophie des nombres (en grec : ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | en latin : *ars arithmetica*), sur la philosophie des sons musicaux (en grec : ἡ μουσικὴ τέχνη | en latin : *ars musica*), et sur le processus cognitif (en grec : ἡ γνώμη, -ης | en latin : *cognitio*). Elle prend sa source dans la théorie de la *genèse de l'âme* (en grec : ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις) selon le Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως λε΄Β - λζ΄Β (Plátonos *Tímaios ou à propos de la Nature* §35B-§36B). La théorie de Πλάτων, qui est fondée sur les proportions numériques et musicales suivantes : 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27, 243, 256, affirme que les différentes divisions de l'âme sont à la fois mathématiques et sonores. Cette théorie étonnante fut reprise à bon escient par de Νικόμαχος ὁ Γερασηνός dans son traité *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*, Α', ζ' : α'–γ', (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikḗ Eisagogí*, I, 6, ¶1-¶3), puis par Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius dans ses deux traités, notamment dans : *De institutione arithmetica libri duo* I, 2, *De institutione arithmetica libri duo* II, 2, et dans : *De institutione musica libri quinque* I,1 et *De institutione musica libri quinque* II, 8 •

• On observe que les proportions numériques et musicales proposées par Πλάτων correspondent d'une part à une série d'octaves : 1, 2, 4, 8, 256 (basées sur le rapport de 1 à 2), puis à une série de quintes : 1, 3, 9, 27, 243 (basées sur le rapport de 1 à 1,5). On observe également que la série d'octaves est identique aux puissances mathématiques de 2ⁿ, et que la série de quintes est identique aux puissances mathématiques de 3ⁿ. Autrement dit, les proportions de l'octave musicale sont régies par les puissances de 2 jusqu'à l'infini et les proportions de la quinte musicale sont régies par les puissances de 3 jusqu'à l'infini. Cette *harmonie* mathématique et musicale émane de l'*unité absolue*, c'est-à-dire du nombre 1, et confère à l'octave un rang primordial parmi tous les sons musicaux. Il s'ensuit que l'*unité absolue* donne naissance à l'octave, et l'octave, à son tour, gouverne la formation de tous les autres intervalles musicaux, quels qu'ils soient, aucun intervalle n'ayant d'existence en dehors de la logique de l'octave ; d'où la pertinence du concept : « *le régime de l'octave* » •

• L'objet de cette étude est de déterminer pourquoi Πλάτων ainsi que Νικόμαχος ὁ Γερασηνός et Manlius Boethius ont tous fait appel au concept de l'*essence du nombre* (en grec : ἡ τοῦ ἀριθμοῦ οὐσία | en latin : *substantia numeri*), et à celui du *régime de l'octave* pour expliquer la *genèse de l'âme-conscience* (en grec : ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις | en latin : *animae generatio* | *mundi anima*), c'est-à-dire la genèse du processus cognitif. En effet, selon la théorie de Πλάτων, le processus cognitif semble être basé sur l'*essence du nombre* et sur le *régime de l'octave*, puis, selon cette même théorie, la structure de base du processus cognitif est déterminée par le son musical (en grec : ὁ φθόγγος, -ου, cf. Πλάτωνος Τίμαιος ¶80 | en latin : *phthongos*, cf. Boethius, *De institutione musica* I, 8). On observe, dans cette perspective, que le son lui-même est capable d'imprimer sa structure et sur l'esprit, sur les objets et sur la matière •

• Enfin, à travers ces quelques observations sur le *régime de l'octave*, nous tâcherons d'apporter des éléments de réponses aux deux questions philosophiques subtiles posées dans l'intitulé de l'ICONEA-2014, en l'occurrence : *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond (Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both?)* • IH | ih | 7-VII-2016 | *Explicit* •



• (2) English Abstract •

• This study on the *Regime of the Octave* is in perfect harmony with the theme of ICONEA-2014, *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge?* Indeed, the musical octave, called successively « ἡ ἄρμονία » | « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] » | « τὸ διὰ πασῶν » | « *diplasia proportio* » | « *duplum* », is characterised by the simple binary, dyadic, ratio $1 \rightarrow 2$. It follows then, that the octave constitutes the fundamental origin of all musical intervals, which explains here the choice of the term « *The Regime of the Octave* ». This research on the philosophy of numbers (in Greek: ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | in Latin: *ars arithmetica*), on the philosophy of musical sounds (in Greek: ἡ μουσικὴ τέχνη | in Latin: *ars musica*), and on the cognitive process (in Greek: ἡ γνώμη, -ης | in Latin: *cognitio*), takes its source directly from the theory of the “*the genesis of the soul-consciousness*” (in Greek: ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις) according to Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως λε΄Β - λς΄Β (Plato, *Timaios or on Nature* ¶35B – ¶36B), theory which was revisited by Νικόμαχος ὁ Γερασηνός in his treatise *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*, Α', Γ': α' – γ', (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikḗ Eisagogí*, I, 6, ¶1-¶3), then by Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius in his two treatises, namely in: *De institutione arithmetica libri duo* I, 2, *De institutione arithmetica libri duo* II, 2, and in: *De institutione musica libri quinque* I,1, and *De institutione musica libri quinque* II, 8. The astonishing theory of Πλάτων on the concept ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις, is based on the following numerical and musical proportions : 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27, 243, 256, and affirms that the soul-consciousness is of both mathematical and musical nature •

• One observes that the numerical and musical proportions proposed by Πλάτων correspond first of all to a series of octaves: 1, 2, 4, 8, 256 (based on the ratio of 1 to 2), then to a series of fifths: 1, 3, 9, 27, 243 (based on the ratio of 1 to 1,5). One observes further that the series of musical octaves are identical to the mathematical powers of 2, and that the series of musical fifths are identical to the mathematical powers of 3. In other words, the proportions of the musical octave are governed by the mathematical powers of 2^n to infinity, and that the proportions of the musical fifth are governed by the mathematical powers of 3^n to infinity. This mathematical and musical *harmony* emanates from the *absolute unity*, that is to say from the number 1, and confers on the octave itself the rank of the fundamental musical interval. This fundamental musical interval, in turn, gives birth to all the other musical intervals, which, out side of the logic of the musical octave, have no existence whatsoever. Hence, the pertinence of the concept “*the regime of the octave*” •

• The object of this research is to examine in detail why Πλάτων, Νικόμαχος ὁ Γερασηνός, and Manlius Boethius all spontaneously called upon the principle of the *essence of number* (in Greek: ἡ τοῦ ἀριθμοῦ οὐσία | in Latin: *substantia numeri*), and upon the principle of the *regime of the octave* in order to explain the *genesis of the soul* (in Greek: ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις | in Latin: *animae generatio*) that is to say the *genesis of human consciousness*. Indeed, according to the theory of Πλάτων, the cognitive process seems in fact to be based on the *essence of number*, and on the *Regime of the Octave*, and that its basic structure seems to be determined by non other than *musical sound* (in Greek: ὁ φθόγγος, -ου, cf. Πλάτωνος Τίμαιος ¶80 | in latin: *phthongos*, cf. Boethius, *De institutione musica* I, 8), and *sound* in an absolute sense. To be sure, one can observe that *sound* itself is capable of imprinting its structure on both mind and matter •

• In conclusion, in the framework of this article, we shall endeavour, through a few pertinent observations on the *Regime of the Octave*, to provide answers to the subtle philosophical questions which are posed in the title of ICONEA-2014, namely: *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond (Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both?)* • IH | ih | 7-VII-2016 | *Explicit* •



• (3) Deutsche Zusammenfassung •

• Diese Forschung über die *Regierung der Oktave* ist in perfekter *Harmonie* mit dem Thema des Kolloquiums ICONEA-2014, bzw.: *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge?* In der Tat, die musikalische Oktave, was man nach gewissen Epochen « ἡ ἄρμονία » | « ἡ διὰ πασῶν [χορδῶν συμφωνία] » | « τὸ διὰ πασῶν » | « *diplasia proportio* » | « *duplum* » nennt, entspricht einem einfachen binären, dyadischen, Verhältnis, bzw.: 1 zu 2. Es folgt daraus, daß die Oktave der Ursprung aller musikalischen Abstände ist; deshalb wurde hier das Konzept « *Die Regierung der Oktave* » ausgewählt. Diese Forschung bezieht sich also auf die Philosophie der Nummer (ἡ ἀριθμητικὴ τέχνη | *ars arithmetica*), auf die Philosophie des musikalischen Klanges (ἡ μουσικὴ τέχνη | *ars musica*), sowie auf den kognitiven Prozeß (ἡ γνώμη, -ης | *cognitio*), deren Quelle sich in der Theorie der *Entstehung der menschlichen Seele und des menschlichen Bewußtseins* (ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις) nach dem Traktat Πλάτωνος Τίμαιος ἢ περὶ Φύσεως λβ' Β - λζ' Β (Plátonos *Tímaios* oder über die Nature §35B-§36B) befindet. Die platonische Theorie im Τίμαιος behauptet, daß die *Genesis der Seele* auf die mathematische und musikalische Verhältnisse in folgender Ordnung 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27, 243, 256 basiert sei, was gleichzeitig der *Regierung der Oktave* (bzw: Verhältnis 1 zu 2) und der *Regierung der Quinte* (bzw: Verhältnis 1 zu 1,5) entspricht. Man merkt also, daß diese Verhältnisse ebenso wesensgleich zu den mathematischen Potenzen von 2^n und 3^n bis zur Unendlichkeit sind. Diese von Πλάτων sehr erstaunliche Theorie wurde auch von Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός in seinem Traktat *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*, A', C' : α' – γ', (Nikómachos o Gerasinós, *Pythagórikou arithmitikí Eisagogí*, I, 6, ¶1-¶3), sowie von Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius in seiner zwei Traktaten, bzw.: *De institutione arithmetica libri duo* I, 2, *De institutione arithmetica libri duo* II, 2, *De institutione musica libri quinque* I,1, und *De institutione musica libri quinque* II, 8, verdeutlicht. Die Triftigkeit dieser Theorie über das griechische Konzept ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις besthet darin, daß die nach Πλάτων folgende mathematische und musikalische Verhältnisse, bzw.: 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27, 243, 256, sich in enger Beziehung mit dem kognitiven Prozeß befinden •

• Diese Theorie gibt Anlass zu einer Reihe von drei wichtigen Betrachtungen, bzw.: **(a)** die Struktur der *Seele* und die Struktur des *Bewußtseins* sind unmittelbar mit dem mathematischen und musikalischen Prinzip des *Zahlwesens* (ἡ τοῦ ἀριθμοῦ οὐσία | *substantia numeri*, cf. *Boethii De institutione arithmetica libri duo* I, 2) verbunden; das heißt, nach Πλάτων, nach Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός, und nach Boethius, daß das mathematische Zahlengeschlecht und der Ursprung der musikalischen Abstände sehr eng zusammen stehen; **(b)** die Entstehung der musikalischen Abstände hängt unmittelbar mit der *Regierung der Oktave* zusammen, cf. *Boethii De institutione arithmetica* II, 2; II, 54; *Boethii De institutione musica* I, 10, 11; II, 8; **(c)** das Wesen, die Struktur, und das Gleichgewicht des kognitiven Prozesses sind, in engem Verhältnis mit der Wahrnehmung der Gefühle (τὸ αἰσθητήριον | *sensuum perceptio* | *cognitio animi*), ermessbar, und sind, in der Tat, mit dem *Regierung der Oktave* eng verbunden (Πλάτωνος Τίμαιος 35B-36B, *Boethii De institutione arithmetica* II, 2, *Boethii De institutione musica* I, 1) •

• Zusammenfassend besteht das Ziel darin, den Grund dieser Forschung zu verstehen, und zwar warum Πλάτων, Νικόμαχος ὁ Γερασσηνός, und Manlius Boethius sich an *ars mathematica* und an *ars musica* gewendet haben, um die Entstehung der menschlichen Seele und des menschlichen Bewußtseins (ἡ τῆς ψυχῆς γένεσις | *animae generatio* | *mundi anima*) zu erklären. Doch das grundsätzliche Element des kognitiven Prozesses scheint nichts anders als der *musikalischer Klang* zu sein, bzw.: ὁ φθόγγος, -ου | *phthongos* (vgl. Πλάτωνος Τίμαιος §80; vgl. Boethius, *De institutione musica* I, 8). Allerdings kann der *Klang* selbst seine Struktur auf den Geist, auf die Materie, und auf Gegenstände einprägen •

• Zum Schluß, im Rahmen dieser Forschung werden wir versuchen, durch treffenden Betrachtungen über die *Regierung der Oktave*, die Antworten auf folgende subtile und philosophische Fragen zu geben, die im Titel des Kolloquiums ICONEA-2014 gestellt sind, bzw.: *Arithmetical Subjectivism or Unconscious Knowledge? Sonic Systems of the Ancient Near East and beyond (Are the sources for music theory, in the Ancient Near East, principally, and in the Ancient and Primitive Worlds, generally, the consequence of either the emergence of numeracy and its conventional metrology or do we find its roots in the unconscious knowledge, or both?)* • IH | ih | 7-VII-2016 | *Explicit* •

